

Таблица, имеет три столбца: номер наблюдения (obs.), наблюдаемыми ежемесячными средними значениями индекса ММВБ и предсказываемыми значениями индекса ММВБ (Forecast). Эти значения представлены на графике. Стандартная ошибка предсказаний (ячейка M5 у подписи SE) равна 201,8545 и это говорит о том, что типичная ошибка приблизительно равна 200 пунктам в месяц. Это соответствует средней абсолютной процентной ошибке, приблизительно равной 12%.

По результатам статистического анализа основных показателей и ряда проведенных аналитических операций, определяющих индекс ММВБ на основе метода временных рядов можно сделать выводы:

На сегодняшней день индекс ММВБ уверенно держит позиции, торги идут с обычной активностью, несмотря на санкции со стороны стран Евросоюза, а так же отступление от своих локальных максимумов цен на нефть марки Brent. На основе проведенного анализа ежемесячных средних значений индекса ММВБ предлагается некоторое развитие событий, автокорреляция не показывает нам явных результатов, так как она находится за порогом статистической значимости. Это говорит нам о том, что между прошлым и будущим изменениями не наблюдается корреляция, что характерно для моделей случайных блужданий. По результатам описательной статистики, можно сделать вывод, что выгодно заниматься долгосрочным инвестированием. Для более подробного и точного прогноза следует рассмотреть разные временные интервалы, для их сравнения и нахождения решающих индикаторов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Берк К. Н. Анализ данных с помощью Microsoft Excel. М. : Вильямс, 2005. 560 с.
2. Московский И. Г., Балабан О. М., Федорова О. С., Кочетков А. В., Лучин М. А. Принятие решения на инвестирование на основе методов системного анализа в табличном процессоре Microsoft Excel // Интернет-журнал «НАУКОВЕДЕНИЕ». 2015. Том 7. № 1. [Электронный ресурс]. URL: <http://naukovedenie.ru/PDF/06EVN115.pdf> (дата обращения: 20.08.2016).

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО ВРЕМЕННОГО РЯДА ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ВАЛЮТНОГО КУРСА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НЕЧЕТКОЙ ЛОГИКИ

А. А. Бойко, А. В. Пилюгина

*Московский государственный технический
университет им. Н. Э. Баумана, Россия*
E-mail: boiko_andrew@mail.ru, pilyuginaanna@bmstu.ru

При прогнозировании с использованием нечетких временных рядов возможно применение как исходного ряда, так и показателей рядов динамики. К числу основных показателей рядов динамики относят: коэффициент роста, абсолютный прирост, темп роста, темп прироста. Настоящая работа посвящена определению оптимального ряда для прогнозирования валютного курса. Для сравнения различных моделей между собой используется средняя от-

носительная ошибка прогноза (MAPE). По результатам численного эксперимента оптимальным признан ряд значений цепного абсолютного прироста. В этом случае на использованной выборке данных MAPE составляет 1,64 %, что меньше MAPE при наивном прогнозировании на 0,54 п.п.

FINDING OF OPTIMAL TIME SERIES FOR FORECASTING OF CURRENCY EXCHANGE RATE USING FUZZY LOGIC

A. A. Boiko, A. V. Pilyugina

Using fuzzy time series for forecasting one can implement either initial time series or modified time series. There are four main types of modified time series: growth coefficient, absolute increment, growth rate and increment rate. The present article is dedicated to finding of optimal time series for forecasting of currency exchange rate. For comparison of different models mean absolute percentage error is used. Using results of numerical experiment time series of chain absolute increment is chosen as optimal. In these circumstances with selected data sample MAPE is equal to 1.64 % that is 0.54 percentage points less than MAPE of naive forecasting.

Первая работа по теории нечетких множеств была опубликована в 1965 году профессором из Университета Беркли (шт. Калифорния, США) Лотфи Заде (Lotfi Askar Zadeh) [1], однако попытка практического использования аппарата нечетких множеств для осуществления прогнозирования временных рядов была предпринята значительно позднее. Сонг (Qiang Song) и Чиссом (Brad S. Chissom) в 1993-1994 гг. опубликовали 3 работы [2-4], в которых использовали нечеткие множества для прогнозирования численности студентов университета шт. Алабама с 1971 по 1992 год. В работе [2] точность прогнозирования, оцененная с помощью MAPE (см. далее) составила 3,18 %, а в работе [4] - 4,37 %.

Тестовая последовательность, использованная в данных статьях, впоследствии будет широко использоваться в работах, посвященных прогнозированию с использованием нечетких временных рядов.

Однако применение аппарата нечетких множеств возможно и для анализа других временных рядов. Так, в работе [5] нечеткие временные ряды (далее – НВР) использованы для анализа численности экономически активного населения Азербайджана с 1995 по 2003 год. В работе [6] модели НВР использованы для анализа численности населения Румынии с 1998 по 2009 год. В работе [7] с помощью НВР составлен ретроспективный прогноз среднегодового объема добычи нефти в баррелях за календарные сутки компанией Arabian Gulf Oil Company (Agoco) с 1977 по 1999 год. Опыт использования аппарата нечетких множеств для прогнозирования валютного курса описан в работе Дегтярева К.Ю. [8].

В последних работах по прогнозированию временных рядов с помощью моделей на базе нечеткого логического вывода иногда используются не сами значения временного ряда, а некоторые производные величины, называемые показателями рядов динамики [8 - 10]. Возникает задача определения показате-

теля, оптимального с точки зрения точности прогнозирования заданного временного ряда. В прогнозировании используют следующие показатели:

- коэффициент роста;
- абсолютный прирост;
- темп роста;
- темп прироста.

Показатели рядов динамики могут быть вычислены на постоянной и переменной базах сравнения. При этом сравниваемый отсчет является *отчетным*, а отсчет, с которым производится сравнение, - *базисным*. Если в качестве базисного выбирают первый отсчет или отсчет, с которого начинается новый этап в развитии явления, вычисляемые показатели рядов динамики называются *базисными*. Если в качестве базисного выбирают предшествующий отсчет, вычисляемые показатели называются *цепными*. В большинстве случаев в прогнозировании используются *цепные показатели рядов динамики*.

Цепной абсолютный прирост вычисляется по формуле:

$$\Delta y_t = y_t - y_{t-1}, \quad (1)$$

где Δy_t - цепной абсолютный прирост;

y_t - отчетный отсчет;

y_{t-1} - базисный отсчет.

Цепной коэффициент роста вычисляется по формуле:

$$\hat{E}_{\delta_t} = \frac{y_t}{y_{t-1}}, \quad (2)$$

где K_{p_t} - цепной коэффициент роста.

Цепной темп прироста вычисляется по формуле:

$$T_{np_t} = \frac{y_t - y_{t-1}}{y_{t-1}} \cdot 100\%, \quad (3)$$

где T_{np_t} - цепной темп прироста.

Цепной темп роста вычисляют по формуле:

$$T_{p_t} = \frac{y_t}{y_{t-1}} \cdot 100\%, \quad (4)$$

где T_{p_t} - цепной темп роста.

Необходимо отметить, что цепной коэффициент роста и цепной темп роста фактически совпадают с точностью до множителя (100), поэтому различий между ними, как правило, не проводится.

Следовательно, для прогнозирования возможно использование одной из следующих величин:

- цепной абсолютный прирост;
- цепной темп прироста;
- цепной темп роста.

Для определения оптимального временного ряда, который следует использовать при прогнозировании валютного курса, необходимо проведение численного эксперимента. В качестве критерия оптимальности используется

значение средней относительной ошибки прогноза (англ. Mean Absolute Percentage Error, MAPE), вычисляемое по формуле [11]:

$$MAPE = \frac{100\%}{n} \cdot \sum_{t=1}^n \left| \frac{y_t - f_t^{(m)}}{y_t} \right|, \quad (5)$$

где $MAPE$ – средняя относительная ошибка прогноза;

n – длина анализируемого временного ряда (число отсчетов);

y_t – действительное значение временного ряда в момент времени t ;

$f_t^{(m)}$ – прогнозное значение временного ряда в момент времени t , полученное в результате использования модели прогнозирования с индексом m .

Иногда среднюю относительную ошибку прогноза называют средней относительной ошибкой прогнозирования (англ. Average Forecasting Error Rate, AFER). Оптимальной следует считать модель, которая обеспечивает наименьшее значение MAPE (AFER).

В качестве исходных данных для проведения численного эксперимента были использованы значения среднемесячного валютного курса доллара США к Российскому рублю с января 2009 года по декабрь 2012 года. Указанный набор значений описан в работе [12] и включает 48 отсчетов временного ряда (рис. 1.).

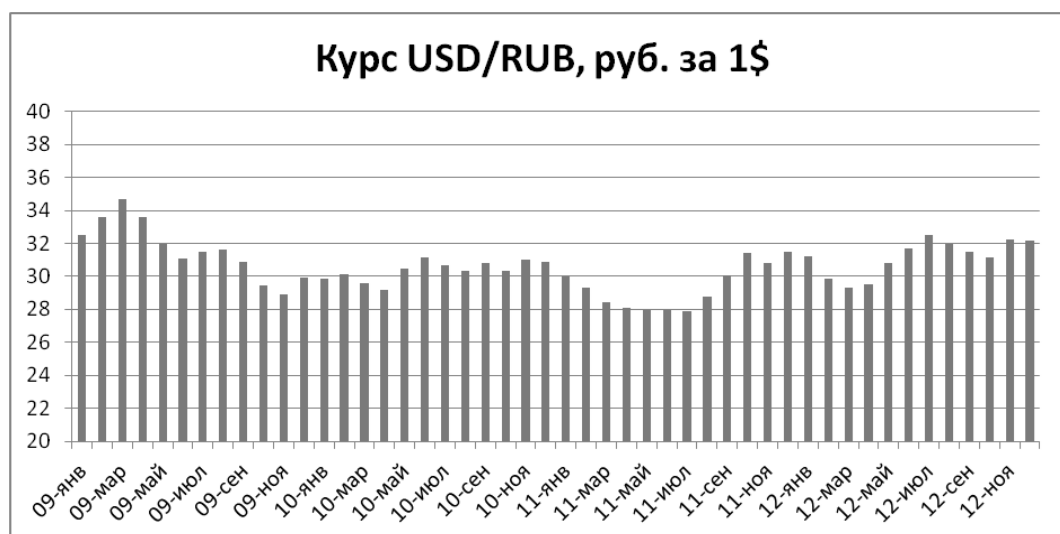


Рис. 1. Динамика среднемесячного валютного курса USD/RUB с января 2009 г. по декабрь 2012 г.

Традиционно процесс прогнозирования временных рядов с использованием нечеткой логики включает следующие этапы:

1. Сбор и предварительная подготовка исторических данных.
2. Задание универсального множества U .
3. Разделение универсального множества U на заданное количество интервалов равной длины.
4. Определение нечетких множеств на универсальном множестве U .
5. Фаззификация исторических данных.
6. Построение модели прогнозирования путем анализа исторических данных и формирования логических отношений.

7. Формирование групп нечетких логических отношений.
8. Прогнозирование с использованием групп нечетких логических отношений.
9. Дефаззификация полученных результатов.
10. Вычисление окончательного прогнозного значения с учетом преобразований временного ряда, выполненных на этапе 1.

Для выполнения эксперимента использован пакет Fuzzy Inference System (FIS Toolbox), входящий в состав MATLAB R2016a. FIS Toolbox вызывается из рабочего окна MATLAB с помощью команды `fuzzy`.

В качестве примера ниже приведены результаты, получаемые поэтапно при осуществлении прогнозирования с использованием цепного абсолютного прироста [12].

Минимальное значение цепного абсолютного прироста составило $-1,5885$ (май 2009 года). Максимальное значение цепного абсолютного прироста составило $+1,3209$ (сентябрь 2011 года). Универсальным множеством является множество $U' = [-1,5885; 1,3209]$. Для удобства последующих вычислений границы данного множества округляются с точностью до десятых, в результате чего формируется новое множество $U = [-1,6; 1,4]$. Для обеспечения сопоставимости данных, как и ранее [12], данный универсум разделяется на 15 интервалов, длина каждого из интервалов составляет 0,2. Для определения нечетких множеств использованы трапециевидные функции принадлежности (рис. 2).

48 отсчетов ряда валютного курса позволяют сформировать 47 отсчетов ряда цепного абсолютного прироста, которые, в свою очередь, формируют 46 логических отношений, которые по числу интервалов и функций принадлежности могут быть объединены в 15 групп (табл. 2).

Для прогнозирования использована нечеткая импликация Мамдани (оператор “max-min”, описанный в [8]). Для дефаззификации использован центр тяжести. Затем прогнозное значение цепного абсолютного прироста прибавлялось к текущему значению временного ряда, в результате чего получалось прогнозное значение временного ряда с периодом упреждения в один месяц.

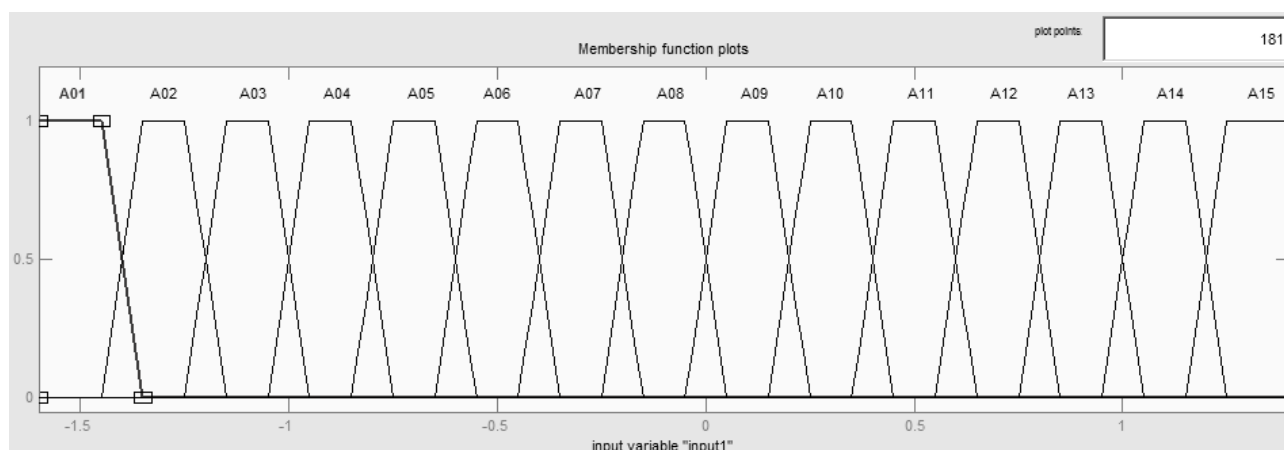


Рис. 2. Функции принадлежности для 15 интервалов, используемые для фаззификации

Таблица 1

Логические отношения

A_i	A_j	A_i	A_j	A_i	A_j
1	4 ⁽¹⁾	6	6 ⁽²⁾ , 7 ⁽²⁾ , 9 ⁽¹⁾ , 12 ⁽²⁾ , 14 ⁽²⁾	11	6 ⁽¹⁾ , 9 ⁽¹⁾
2	6 ⁽²⁾	7	2 ⁽¹⁾ , 8 ⁽¹⁾ , 11 ⁽¹⁾ , 15 ⁽¹⁾	12	6 ⁽¹⁾ , 7 ⁽¹⁾ , 8 ⁽¹⁾
3	1 ⁽¹⁾	8	4 ⁽¹⁾ , 9 ⁽¹⁾ , 10 ⁽¹⁾ , 13 ⁽¹⁾	13	6 ⁽¹⁾ , 13 ⁽¹⁾ , 15 ⁽¹⁾
4	5 ⁽¹⁾ , 7 ⁽¹⁾ , 11 ⁽¹⁾	9	5 ⁽¹⁾ , 8 ⁽¹⁾ , 15 ⁽¹⁾	14	3 ⁽¹⁾ , 8 ⁽²⁾ , 14 ⁽¹⁾
5	2 ⁽¹⁾ , 4 ⁽¹⁾	10	6 ⁽¹⁾	15	6 ⁽¹⁾ , 12 ⁽¹⁾ , 13 ⁽¹⁾ , 15 ⁽¹⁾

Примечание. С помощью надстрочного знака в скобках, например ⁽¹⁾, показано количество логических отношений вида $A_i \rightarrow A_j$, которое было впоследствии использовано при задании веса логических отношений в редакторе FIS Toolbox.

В таблице 2 представлены исходные и преобразованные универсальные множества, а также количество интервалов разбиения для трех рассматриваемых величин.

В таблице 3 представлены результаты прогнозирования, полученные с использованием различных величин, а также величина MAPE, вычисленная по данным результатам.

Таблица 2

**Универсальные множества и количество интервалов разбиения
для различных величин**

Величина	Исходное универсальное множество	Преобразованное универсальное множество	Количество интервалов разбиения
Цепной абсолютный прирост	[-1,5885; 1,3209]	[-1,6; 1,4]	15
Цепной темп прироста	[-4,73%; 4,59%]	[-5%; 5%]	10
Цепной темп роста	[0,9527; 1,0460]	[0,95; 1,05]	10

Таблица 3

Результаты прогнозирования для различных величин (фрагмент)

Год и месяц	Курс, руб.	Прогнозные значения			
		Наивный прогноз, руб.	Цепной абсолютный прирост, руб.	цепной темп прироста, руб.	цепной темп роста, руб.
09-январь	32,4923	--	--	--	--
09-февраль	33,5750	--	--	--	--
09-март	34,6577	33,5750	33,4953	33,4940	33,4942
09-апрель	33,5833	34,6577	34,5780	34,5843	34,5844
...
12-ноябрь	32,2527	31,1157	31,3067	31,3864	31,3888
12-декабрь	32,1568	32,2527	32,1730	32,1748	32,1750
MAPE, %		2,18	1,64	1,85	1,85

Минимальное значение средней относительной ошибки прогноза достигается при использовании для прогнозирования ряда значений цепного абсолютного прироста. В этом случае значение MAPE составляет 1,64 %.

Полученное значение меньше значения MAPE, которое достигается при осуществлении наивного прогноза (в предположении, что следующее значение

временного ряда будет равно текущему). Точность наивного прогнозирования часто используется в качестве референсного значения при оценке других методов прогнозирования. В данном случае удалось повысить точность на 0,54 п.п.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Zadeh L. A.* Fuzzy sets // *Information and control*. 1965. Vol. 8. P. 338-353.
2. *Song Q., Chissom B. S.* Forecasting enrollments with fuzzy time series. Part I // *Fuzzy sets and systems*. 1993. Vol. 54. № 1. P. 1-9.
3. *Song Q., Chissom B. S.* Forecasting enrollments with fuzzy time series. Part II // *Fuzzy sets and systems*. 1994. Vol. 62. № 1. P. 1-8.
4. *Song Q., Chissom B. S.* Fuzzy time series and its models // *Fuzzy sets and systems*. 1993. Vol. 54. № 3. P. 269-277.
5. *Мамедова М. Г., Джабраилова З. Г.* Нечеткая логика в прогнозировании демографических аспектов рынка труда // *Искусственный интеллект*. 2005. № 3. С. 450-460.
6. *Sasu A.* An application of fuzzy time series to the Romanian population // *Bulletin of the Transilvania University of Braşov. Mathematics, informatics, physics*. 2010. Vol. 3 (52). Series III. P. 125-132.
7. *Boaisha S. M., Amaitik S. M.* Forecasting model based on fuzzy time series approach. [Electronic resource]. URL:<http://itpapers.info/acit10/Papers/f654.pdf> (date of access: 02.08.2016).
8. *Дегтярев К. Ю.* Прогнозирование валютных котировок с использованием модифицированного стационарного метода, основанного на нечетких временных рядах [Электронный ресурс]. URL:<http://www.exponenta.ru/educat/news/degtyarev/paper2.pdf> (дата обращения 03.08.2016).
9. *Saxena P., Sharma K., Easo S.* Forecasting enrollments based on fuzzy time series with higher forecast accuracy rate // *International journal Computer technology & applications*. 2012. Vol. 3. P. 957-961.
10. *Saxena P., Shrivastava S., Bundela A. S.* A new method for population forecasting based on fuzzy time series with higher forecast accuracy rate // *International journal of engineering sciences & research technology*. 2015. Vol. 4. P. 559-564.
11. *Shcherbakov M. V., Brebels A., Shcherbakova N. L., Tyukov A. P.* A survey of forecast error measures. *World Applied Sciences Journal (Information Technologies in Modern Industry, Education & Society)*. 2013. Vol. 24. P. 171-176.
12. *Пилюгина А. В., Бойко А. А.* Опыт использования аппарата нечетких множеств в прогнозировании валютного курса // *Прикаспийский журнал : Управление и высокие технологии*. 2014. № 3 (27). С. 143-157.

КРАТКОСРОЧНОЕ ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ДОХОДНОСТИ АГРЕССИВНОГО ИНДЕКСА ПЕНСИОННЫХ НАКОПЛЕНИЙ (RUPAI) ПО ВИНЕРУ И БАЙЕСУ

А. А. Быкова, А. Д. Иванова

*ООО «Интер Контракт», Самара, Россия
Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П. Королева, Россия
E-mail: alisa-bykva@mail.ru, hudoj-nik@mail.ru*

В работе предложены модели динамики агрессивного индекса пенсионных накоплений (RUPAI) и методики его прогнозирования, основывающиеся на методах Байеса и Винера