МЕТОДИКА РАСЧЁТА СТРАХОВЫХ ТАРИФОВ

М. А. Василенко

Саратовский государственный университет, Россия
E-mail: marishavasilek@yandex.ru

В данной статье приведена методика расчёта страхового тарифа с эффектом кумуляции. Существующие методики расчёта страховых тарифов традиционно ориентированы на страховые риски с отсутствием эффекта кумуляции. Поэтому как с методической, так и с практической точки зрения представляется важным распространение на кумулирующие риски методики, основанной на использовании модели аккумуляции. Целью данной работы является получение практического решения данной задачи, а именно численная реализация алгоритма.

METHOD OF CALCULATING INSURANCE RATES

M. A. Vasilenko

Method of calculating insurance rate with the effect of cumulation describes in this article. Existing methods of calculating insurance rates have traditionally focused on the insurance risks without cumulative effect. Therefore it is important to spread on cumulate risks method based on the use of the model of accumulation from both methodological and practical point of view. The purpose of this paper is to provide a practical solution to this problem, namely the numerical implementation of the algorithm.

Модель аккумуляции представляет собой выражение функции распределения совокупного страхового ущерба, наносимого объектам, застрахованным в данной страховой компании,

$$R(x) = p_0 h(x) + \sum_{k=1}^{\infty} p_k F^{(k)}(x), \tag{1}$$

где $p_k (k = 0,1,2,...)$ – вероятность нанесения ущерба k застрахованным объектам;

$h(x)$ – функция Хевисайда;

$F^k(x)$ – k-кратная свертка функции распределения страхового ущерба $F_0(x)$, описывающая совокупный страховой ущерб в k застрахованных объектах, подвергшихся воздействию рискового фактора, в предположении независимости этих страховых ущербов [1].

Эффект кумуляции риска подразумевает ситуации, когда страховое событие с одним объектом провоцирует наступление ущерба другим объектам. В итоге множественный характер страховых ущербов в результате единичного удара влечет за собой увеличение страховых выплат со стороны страховщика, следовательно, и увеличение страховых тарифов.

В медицинском страховании данный эффект возникает при распространении эпидемий. В страховании имущества примером возможной кумуляции является распространение пожара на соседние объекты [2].

Для описания совокупного страхового ущерба по группе застрахованных объектов в условиях кумуляции риска с помощью формулы (1) необходимо построить соответствующий алгоритм вычисления вероятностей p_k.

Существует два варианта возможного учёта воздействия инициирующего фактора на страхуемые объекты при построении алгоритма расчёта $p_k(k = 0,1,2,...)$. В первом случае соответствующая модификация распределения Пуассона, описывающего появление случайного числа инициирующих факторов, приводит к использованию составного распределения Пуассона, а в частном случае – к двойному распределению Пуассона. Во втором случае модификация распределения Пуассона приводит к появлению отрицательного биномиального распределения.

В данной статье приведён пример расчёта страхового тарифа при страховании имущества однородных технических комплексов, находящихся в зоне повышенной сейсмической опасности.

Расчёт выполнен в Matlab с использованием стандартных и нестандартных процедур:

– *FS* – кусочно-линейная интерполяция непрерывной составляющей функции распределения дискретно-непрерывной случайной величины;

– *dDpois* – двойное распределение Пуассона;

– *dnbn* – отрицательное биномиальное распределение.

Дано:

– Интервал наблюдения $T_{nabl} := 5 лет$;

– Количество страховых случаев $N_{cc} := 30$;

– Средняя интенсивность возникновения страховых событий в группе наблюдаемых объектов $\eta z := \dfrac{N_{cc}}{T_{nabl}}; \eta z := 6;$

– Статистические данные о числе объектов, затронутых инициирующими событиями по годам $v_0 := 13, v_1 := 2, v_2 := 7, v_3 := 6, v_4 := 2;$

– Квантиль порядка P_{nad} (надежность покрытия страхового ущерба по совокупности застрахованных объектов) $P_{nad} := 0.975;$

– Данные о выплатах за пять лет в соответствии с таблицей**;**

$w_v :=$

Статистические данные о выплатах

	0
0	42000
1	46930
2	49800
3	231000
4	526000

$np := 30$

– Моделирование функции распределения страхового ущерба в единичном страховом событии выполняется в два шага, одним из которых является построение эмпирической функции распределения в форме ступенчатой функции, вторым — построение аппроксимации эмпирической функции в применении гамма-распределения.

– Построено эмпирическое распределение, соответствующее исходным статистическим данным о страховых выплатах [1] в соответствии с рисунком 2, кривая 1

$$F(x) := \frac{1}{np}\sum_{k=0}^{np-1} H(x - wp_k). \qquad (2)$$

– Для аппроксимации функции $F(x)$ в виде γ – распределения рассчитаны выборочные значения математического ожидания и дисперсии страховых возмещений в единичном страховом событии, а затем – параметры аппроксимирующего γ– распределения

$\alpha w := 0.2118; \beta w := 140990;$

– Используя встроенную функцию Matlab γ – распределения, построена функция распределения страхового ущерба от единичного страхового события в соответствии с рисунком 2, кривая 2

$$FwL(x) := gamcdf(\frac{x}{\beta w}, \alpha w). \qquad (3)$$

Построен график функции $F(x)$ (4.50) и $FwL(x)$ (4.55) в Matlab в соответствии с рис. 1.

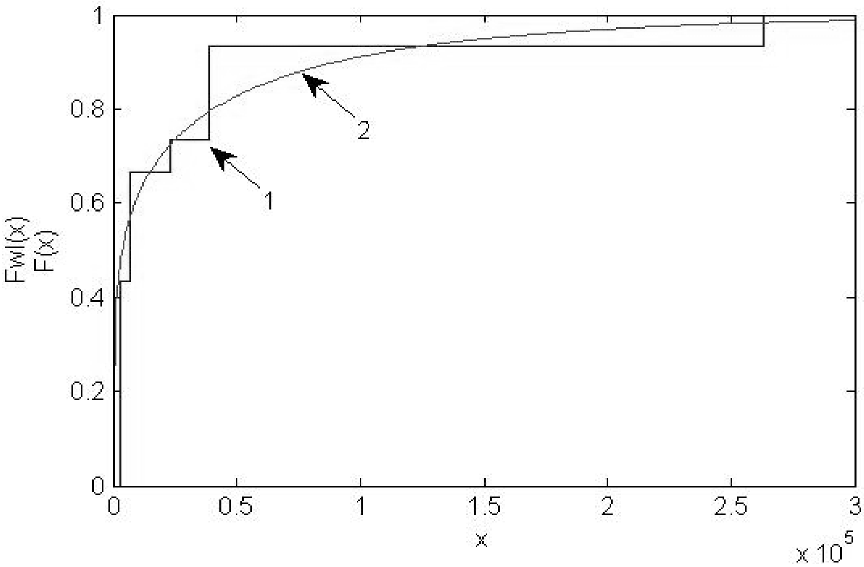

Рис. 1. Функция распределения страхового ущерба в единичном страховом событии: 1 – $F(x)$; 2 – $FwL(x)$.

– Используя статистические данные о числе затронутых инициирующими событиями объектов, подсчитаны:

1. Выборочное значение математического ожидания числа объектов, поражаемых инициирующими событиями в год

$$Mpo := \frac{\sum_{k=0}^{T_{nabl}-1} v_k}{T_{nabl}} = 6; \qquad (4)$$

2. Выборочное значение дисперсии числа поражаемых инициирующими событиями объектов в год

$$Dpo := \frac{\sum_{k=0}^{T_{nabl}-1}(v_k - Mpo)^2}{(T_{nabl}-1)} = 20.5; \tag{5}$$

3. Среднее число (интенсивность) инициирующих событий в год

$$\eta 0 := \frac{Mpo^2}{Dpo - Mpo} = 2.4828; \tag{6}$$

4. Среднее число поражённых объектов на одно инициирующее событие

$$\eta 1 := \frac{Dpo}{Mpo} - 1 = 2.4167; \tag{7}$$

– Выполнен расчёт параметров распределений числа страховых событий:

1. Двойное пуассоновское распределение

$$z := \frac{Dpo}{Mpo} - 1 = 2.4167; \tag{8}$$

$$v := \frac{Mpo^2}{Dpo - Mpo} = 2.4828; \tag{9}$$

2. Отрицательное биномиальное распределение

$$po := \frac{Mpo}{Dpo} = 0.2927; \tag{10}$$

$$qo := 1 - po = 0.7073; \tag{11}$$

$$ro := \frac{Mpo^2}{Dpo - Mpo} = 2.4828; \tag{12}$$

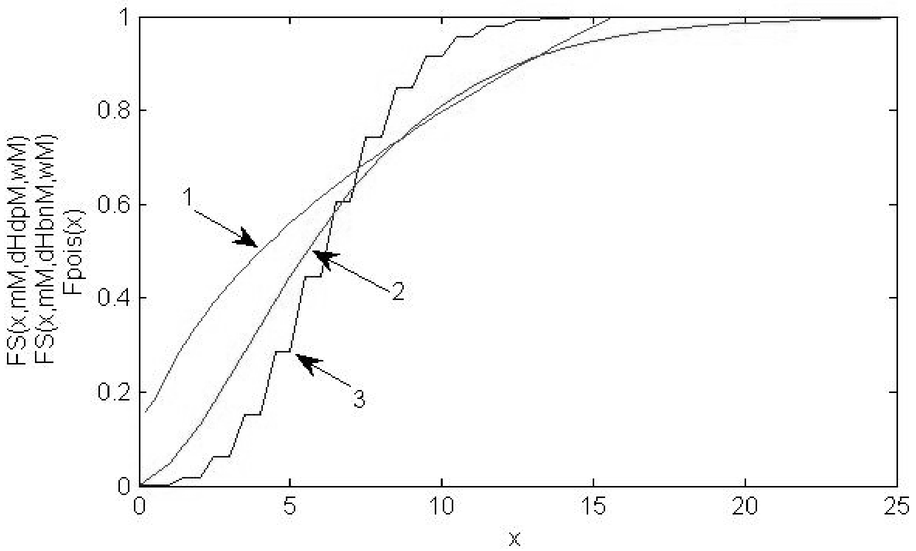

Рис. 2. Функция распределения числа страховых случаев в год: 1 — двойное распределение Пуассона; 2 — отрицательное биномиальное распределение; 3 — распределение Пуассона.

– Построены функции распределения числа страховых случаев в год при различных законах распределения, определив сначала число слагаемых в расчётных формулах $nG := 100; VV := 100; nM := 100; kk := 100;$

1. Отрицательное биномиальное распределение

$$HbnM(x) := \sum_{k=0}^{nG} H(x-k) \cdot dnbn(k, po, ro); \tag{13}$$

2. Двойное распределение Пуассона

$$HdpM(x) := \sum_{k=0}^{nM} H(x-k) \cdot dDpois(k, z, v, VV); \tag{14}$$

3. Распределение Пуассона

$$Fpois(x) := \sum_{k=0}^{kk} H(x-k) \cdot poisspdf(k, \eta z); \tag{15}$$

– Выбирая число узлов интерполяции $mM := 100$, сформированы массивы дискретных значений;

– Используя нестандартную процедуру кусочно-линейной интерполяции функции распределения, построены функции распределения числа страховых случаев в год в соответствии с рис. 2;

– Используя полученное в виде гамма – функции с параметрами αw и βw распределение страховых выплат в единичном страховом событии, записаны функции распределения совокупных страховых выплат (модели аккумуляции) с различными функциями распределения числа страховых событий:

1. Отрицательное биномиальное распределение

$$Rnbn(x) := H(x) \cdot dnbn(0, po, ro) + \sum_{v=1}^{nG} dnbn(v, po, ro) \cdot gamcdf(\frac{x}{\beta w}, v \cdot \alpha w); \tag{16}$$

2. Двойное распределение Пуассона

$$RDpois(x) := H(x) \cdot dDpois(0, z, v, VV) + \sum_{k=1}^{nG} dDpois(k, z, v, VV) \cdot gamcdf(\frac{x}{\beta w}, k \cdot \alpha w); \tag{17}$$

3. Распределение Пуассона

$$Wb(x, \eta z) := poisspdf(0, \eta z) \cdot H(x) + \sum_{k=1}^{nG} poisspdf(k, \eta z) \cdot gamcdf(\frac{x}{\beta w}, k \cdot \alpha w); \tag{18}$$

– Используя различные законы распределения числа страховых событий, найдена нетто-премия, которая с надёжностью $Pnad$ покрывает возможные страховые выплаты:

1. Отрицательное биномиальное распределение

$$Rnbn(\mathrm{Pr}nbn) = Pnad; \mathrm{Pr}nbn = 1.573 \cdot 10^8; \tag{19}$$

2. Двойное пуассоновское распределение

$$FS(\mathrm{Pr}Dps, mA, RDpoisD, wA) = Pnad; \mathrm{PrD}ps = 1.547 \cdot 10^8; \tag{20}$$

3. Распределение Пуассона

$$Wb(\mathrm{Pr}ps, \eta z) = Pnad; \mathrm{Pr}ps = 1.222 \cdot 10^8; \tag{21}$$

– Сопоставлены страховые нетто-премии, полученные при различных законах распределения числа страховых событий

$$\Delta 1 := \frac{|\mathrm{Pr}Dps - \mathrm{Pr}nbn| \cdot 100}{\mathrm{Pr}nbn} = 1.653\%; \tag{22}$$

$$\Delta 2 := \frac{|\mathrm{Pr}ps - \mathrm{Pr}nbn| \cdot 100}{\mathrm{Pr}nbn} = 22.314\%; \tag{23}$$

Таким образом, применение распределения Пуассона для расчёта премий заведомо кумулирующих рисков даёт заниженный больше чем на 22% результат по сравнению с применением отрицательного биномиального или двойного пуассоновского распределений.

Так как выборочные значения математического ожидания числа страховых случаев в год и дисперсии существенно отличаются, имеющиеся исходные данные не позволяют адекватно описать случайное число страховых случаев в год распределением Пуассона.

Полученные результаты расчётов позволяют сделать вывод, что комбинированная схема использования двойного пуассоновского и отрицательного биномиального распределений будет наиболее перспективной:

– наглядность, благодаря двойному пуассоновскому распределению, которое позволяет активно участвовать эксперту на стадии формирования исходных данных и коррекции модели кумулирующего риска путём оценки или задания параметров η_0 и η_1,

– быстрота вычислений: отрицательное биномиальное распределение обеспечивает эквивалентность расчётов кумулирующих рисков в терминах данного распределения при соблюдении условий $m_{nbn} = \eta_0 \cdot \eta_1$ и $D_{nbn} = \eta_0 \cdot \eta_1 \cdot (\eta_1 + 1)$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Иванов С. С.* Теория и практика рискового страхования. М. : РОСНО: Анкил, 2007. 480 с.

2. *Орланюк-Малицкой Л. А., Яновой С. Ю.* Страхование : учебник для бакалавров. М. : Изд-во Юрайт; Серия : Бакалавр, 2011. 828 с.

О ДОЛЕВОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ ИННОВАЦИОННЫХ ИНВЕСТИЦИЙ НА БАЗЕ МИНИМАКСНОЙ МОДЕЛИ

И. Ю. Выгодчикова, С. К. Акимова

Саратовский государственный университет, Россия
E-mail: irinavigod@yandex.ru, sweetconstanta@gmail.com

Рассматривается минимаксная модель рационализации долевого распределения финансирования инновационных проектов с заданными параметрами доходности и риска для каждого проекта и требуемой доходности для группы проектов. Разработан алгоритм определения долей финансирования в группе конкурирующих проектов инновационной сферы, с точки зрения сохранения требуемого уровня доходности и снижения риска финансовых потерь. Приведена модификация минимаксной модели долевого распределения финансирования проектов с учётом ограничивающего условия.

ABOUT THE ESTIMATION OF THE STAKES OF INNOVATION INVESTMENT USING THE CRITERION OF MINIMAX

I. Yu. Vygodchikova, S. K. Akimova

Considered the minimax model for rationalize the equity of distribution the financing inno-