

тат по сравнению с применением отрицательного биномиального или двойного пуассоновского распределений.

Так как выборочные значения математического ожидания числа страховых случаев в год и дисперсии существенно отличаются, имеющиеся исходные данные не позволяют адекватно описать случайное число страховых случаев в год распределением Пуассона.

Полученные результаты расчётов позволяют сделать вывод, что комбинированная схема использования двойного пуассоновского и отрицательного биномиального распределений будет наиболее перспективной:

– наглядность, благодаря двойному пуассоновскому распределению, которое позволяет активно участвовать эксперту на стадии формирования исходных данных и коррекции модели кумулирующего риска путём оценки или задания параметров  $\eta_0$  и  $\eta_1$ ,

– быстрота вычислений: отрицательное биномиальное распределение обеспечивает эквивалентность расчётов кумулирующих рисков в терминах данного распределения при соблюдении условий  $m_{nbn} = \eta_0 \cdot \eta_1$  и  $D_{nbn} = \eta_0 \cdot \eta_1 \cdot (\eta_1 + 1)$ .

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Иванов С. С.* Теория и практика рискового страхования. М. : РОСНО: Анкил, 2007. 480 с.
2. *Орланюк-Малицкой Л. А., Яновой С. Ю.* Страхование : учебник для бакалавров. М. : Изд-во Юрайт; Серия : Бакалавр, 2011. 828 с.

### **О ДОЛЕВОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ ИННОВАЦИОННЫХ ИНВЕСТИЦИЙ НА БАЗЕ МИНИМАКСНОЙ МОДЕЛИ**

**И. Ю. Выгодчикова, С. К. Акимова**

*Саратовский государственный университет, Россия*  
E-mail: irinavigod@yandex.ru, sweetconstanta@gmail.com

Рассматривается минимаксная модель рационализации долевого распределения финансирования инновационных проектов с заданными параметрами доходности и риска для каждого проекта и требуемой доходности для группы проектов. Разработан алгоритм определения долей финансирования в группе конкурирующих проектов инновационной сферы, с точки зрения сохранения требуемого уровня доходности и снижения риска финансовых потерь. Приведена модификация минимаксной модели долевого распределения финансирования проектов с учётом ограничивающего условия.

### **ABOUT THE ESTIMATION OF THE STAKES OF INNOVATION INVESTMENT USING THE CRITERION OF MINIMAX**

**I. Yu. Vygodchikova, S. K. Akimova**

Considered the minimax model for rationalize the equity of distribution the financing inno-

vative projects with the given parameters of profitability and risk for each project and required return for the group of projects. Developed the algorithm of calculation of the the share structure of the financing of the group of competing projects in the innovation sphere, from the point of view of maintaining the required level of profitability and reduce the risk of financial loss. Proposed modification of a minimax model of financing allocation subject to the restrictions.

**1. Анализ проблемы рационализации долевой структуры инвестиционного решения.** Проблема оптимального распределения инвестиционных средств между различными проектами относится к одному из ключевых направлений теории и практики управления финансами. Математический подход является основным инструментарием выработки рационального решения. В данном ключе особое место занимают портфельные задачи Г. Марковица [1]. Инвестиционный капитал, направляемый в инновационную сферу, является высоко рисковым по форме и целям предоставления, однако получить оценки риска, связанные со среднеквадратическим отклонением доходности на базе исторических данных или ввиду проведения имитационных экспериментов в данном случае весьма затруднительно. Поэтому создание новых математических методов анализа и рационализации финансирования инновационных проектов является актуальной и новой задачей [2, 3].

*Целью работы является разработка экономико-математического метода анализа долевого распределения инновационных ресурсов между проектами на базе минимаксной модели.*

**2. Моделирование рационального инвестиционного решения в инновационной сфере.** Оптимизационная модель в сфере распределения инвестиций – это экономико-математическая модель, которая охватывает некоторое число вариантов распределения инвестиций и предназначена для выбора таких значений переменных, характеризующих эти варианты, чтобы был найден лучший из них. В отличие от дескриптивной (описательной, балансовой) модели оптимизационная модель содержит наряду с уравнениями, описывающими взаимосвязи между переменными, также критерий для выбора – функционал (целевую функцию).

Обозначим через  $n$  число объектов инновационной сферы, требующих финансирования. Рассмотрим основные параметры модели.

А. Оценки негативного характера, связанные с риском потерь вложенных средств, обозначим  $V_1 > \dots > V_n > 0$

Эти величины могут выражать, к примеру:

рейтинг проектов (в обратном порядке: максимальный рейтинг соответствует наименее удачному проекту),

количество конкурентов, работающих в данной сфере,

срок окупаемости проекта и другие категории негативного для инвестора характера

Б. Оценки позитивного характера (внутреннюю норму доходности проекта или иной интересующий инвестора позитивный показатель) обозначим  $\eta_1 > \dots > \eta_n$ , требуемая доходность от реализации группы инновационных проектов устанавливается инвестором и составляет  $\eta_p$ .

Объектами финансирования служат инновационные проекты с заданными параметрами доходности (позитивные оценки) и риска (негативные оценки).

Искомые доли финансирования объектов инновационной сферы служат компоненты  $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_n)$ , определённые для негативных и позитивных оценок входящих в систему объектов и позволяющие инвестору достичь требуемой доходности. Для отыскания долей финансирования объектов применим оптимизационную модель [3, 4]:

$$\max_{i=1, n} V_i \theta_i \rightarrow \min_{\theta \in \{ \theta = (\theta_1, \dots, \theta_n) \in R^n : \sum_{i=1}^n \theta_i = 1, \sum_{i=1}^n \eta_i \theta_i = \eta_p \}} . \quad (1)$$

Целевая функция в модели (1) выражает максимальную оценку риска среди объектов финансирования с учётом весового коэффициента для каждого объекта – доли финансирования данного объекта.

В задаче (1) введём следующее ограничивающее условие:  $\theta_1 = \theta_n$ . Это требование позволяет профинансировать в равных долях самый рисковый и самый низко рисковый проекты (естественно, учитывая, что доходность первого максимальна, а доходность последнего минимальна). С учётом принятого ограничивающего условия получаем следующую оптимизационную модель:

$$\max_{i=1, n} V_i \theta_i \rightarrow \min_{\theta \in \{ \theta = (\theta_1, \dots, \theta_n) \in R^n : \sum_{i=1}^n \theta_i = 1, \sum_{i=1}^n \eta_i \theta_i = \eta_p, \theta_1 = \theta_n \}} . \quad (2)$$

### 3. Метод распределения инновационных инвестиций для задачи (1).

Вычислим  $\nu = \sum_{i=1}^n V_i^{-1}$ ,  $\gamma = \sum_{i=1}^n \eta_i V_i^{-1}$ ,  $\eta_p^* = \gamma / \nu$ . Решение задачи (1) определяется

по формулам: 1) при  $\eta_p = \eta_p^*$ ,  $\theta_i = 1 / (\nu V_i)$ ,  $i = \overline{1, n}$ ; 2) при  $\eta_1 > \eta_p > \eta_p^*$ ,

$$\theta_i = \frac{\eta_p - \eta_n}{V_i(\gamma - \eta_n \nu)}, \quad i = \overline{1, n-1}, \quad \theta_n = ((\eta_1 - \eta_p) / V_1 + \dots + (\eta_{n-1} - \eta_p) / V_{n-1}) / (\gamma - \eta_n \nu); \quad 3)$$

при  $\eta_n < \eta_p < \eta_p^*$ ,  $\theta_i = \frac{\eta_p - \eta_1}{V_i(\gamma - \eta_1 \nu)}, \quad i = \overline{2, n},$

$$\theta_1^* = ((\eta_2 - \eta_p) / V_2 + \dots + (\eta_n - \eta_p) / V_n) / (\gamma - \eta_1 \nu).$$

### 4. Алгоритм редукции задачи (3) к задаче (2). Заметим, что

$$\begin{aligned} \max_{i=1, n} V_i \theta_i &= \max_{i=1, n-1} V_i \theta_i, \\ 2\theta_1 + \sum_{i=2}^{n-1} \theta_i &= 1, (\eta_1 + \eta_n) \theta_1 + \sum_{i=2}^{n-1} \eta_i \theta_i = \eta_p. \end{aligned}$$

Следуем алгоритму.

Шаг 1. Вводим новые переменные:

$$\theta_1 = 2\theta_1, \theta_2 = \theta_2, \dots, \theta_{n-1} = \theta_{n-1}.$$

Шаг 2. Вводим новые параметры:

$$\begin{aligned} \eta_1 &= 0.5(\eta_1 + \eta_n) \text{ (новое)}, \eta_2 = \eta_2, \dots, \eta_n = \eta_n, \\ V_1 &= 0.5V_1 \text{ (новое)}, V_2 = V_2, \dots, V_n = V_n. \end{aligned}$$

Шаг 3. Перенумеровываем активы так, чтобы было выполнено условие:

$$\eta_1 > \dots > \eta_{n-1}, V_1 > \dots > V_{n-1},$$

(если это возможно, в противном случае придётся некоторые активы исключить из рассмотрения ввиду повышенного риска и малой доходности).

Шаг 4. Решаем задачу (1) для случая  $n-1$  переменных и заданных новых параметров.

Шаг 5. Для получения первоначальных долей с условием  $\theta_1 = \theta_n$  требуется долю соответствующего актива (в новом портфеле с учётом новой нумерации) поделить пополам.

**5. Вычислительные эксперименты.** Рассмотрим  $n=4$ ,  $\eta_1 = 10, \eta_2 = 9.5, \eta_3 = 9, \eta_4 = 6$ ,  $V_1 = 8, V_2 = 7, V_3 = 6, V_4 = 2, \eta_p = 9$ .

1) Пусть нужно найти доли финансирования проектов по модели (1). Решением будет  $(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4) \approx (0.25, 0.29, 0.33, 0.13)$ .

2) Пусть нужно найти доли финансирования проектов при условии  $\theta_1 = \theta_4$ . После преобразований получаем следующую задачу (первый актив уходит на последнее место):  $n=3$ ,  $\eta_1 = 9.5, \eta_2 = 9, \eta_3 = 8$ ,  $V_1 = 7, V_2 = 6, V_3 = 2, \eta_p = 9$ . После вычислений и возврата к прежним обозначениям получаем  $(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4) = (0.09375, 0.375, 0.4375, 0.09375)$ . Как видим, в результате наложения ограничений резко сократились доли финансирования самого высоко рискового (соответственно, самого высокодоходного) и самого низко рискового (наименее доходного) инновационных проектов, предпочтение отдано проектам со средним уровнем риска.

**Заключение.** Рекомендации могут применяться для рационализации долевой структуры финансирования инновационных проектов с целью повышения качества управления бизнесом.

*Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ (проект 16-06-00582).*

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Markowitz H. Efficient portfolios, sparse matrices, and entities // A retrospective, Operations Research. 2002. January-February. P. 154–160.
2. Фирсова А. А. Теория и методология инвестирования инновационной деятельности на основе государственно-частного партнерства. Саратов : Изд-во СГУ, 2012. 320 с.
3. Выгодчикова И. Ю. О минимаксном моделировании оценки риска финансового портфеля // Математическое моделирование в экономике и управлении рисками : сб. материалов III Междунар. молодеж. науч.-практ. конф. (Саратов, 5–8 ноября 2014 г.). Саратов : Изд-во Саратов. ун-та. 2014. С. 63–66.
4. Выгодчикова И. Ю. Об оценке риска формирования комплекса операций // Вестник Саратовского государственного технического университета. Серия : Математика и механика. 2013. Т. 4. № 1 (73). С. 7-11.