О МЕТОДЕ АППРОКСИМАЦИИ ДВУЗНАЧНОГО ДИНАМИЧЕСКОГО РЯДА: ОПТОВАЯ И РОЗНИЧНАЯ ЦЕНА

И. Ю. Выгодчикова

Саратовский государственный университет, Россия
E-mail: irinavigod@yandex.ru, vigodchikovaiy@info.sgu.ru

В работе представлена математическая модель аппроксимации двузначного динамического ряда экономических показателей, в условиях неустойчивости динамики одного из них, с использованием критерия минимизации максимума квадратичных функций. Разработан математический метод исследования модели для ситуации, когда, имея устойчивую тенденцию развития и достаточно тесную корреляционную взаимосвязь, один из динамических рядов подвержен влиянию внешних факторов, существенно искажающих его динамику. Выполнены вычислительные эксперименты для динамического ряда, составленного из двух динамических рядов – оптовой и розничной цены товара.

ABOUT THE METHOD OF APPROXIMATIONS OF DOUBLE-VALUED DYNAMIC RANGE: WHOLESALE AND RETAIL PRICE

I. Yu. Vygodchikova

The paper presents a mathematical model approximation of the double-valued time series of economic indicators, in terms of instability of the dynamics of one of them, using the criterion of minimizing the maximum of quadratic functions. Developed mathematical method of the modeling for situation when dynamic rows have a steady trend of development and a fairly close correlation relationship, but one of them is under the influence by external factors, essentially distorting its dynamics. You performed the computational experiments for dynamic series consisting of two time series - wholesale and retail prices.

1. Анализ проблемы. Рассмотрим предприятие, закупающее товары по оптовым ценам и реализующее их в розницу.

Подходы к моделированию структуры и динамики ценообразования исследуются многими учёными (см., напр., [1], [2]). Однако в этих подходах оптовая и розничная цены рассматриваются либо изолированно, либо в корреляционной взаимосвязи. В данной работе представлена модель исследования двузначного динамического ряда, содержащего следующий однозначные ряды – оптовая и розничная цена и разработан метод аппроксимации, учитывающий относительное локальное влияние оптовой цены в определённые моменты времени. При рассмотрении цен за периоды предполагается, что они фиксировались в определённые моменты один раз, или брались средние цены за рассматриваемый период, если производился сбор данных многократно. Рассмотрим следующий динамический процесс ценовых изменений (рис. 1).

Цель анализа – выявить динамическую картину изменения цены и получить модель аппроксимации, позволяющую восстановить значения обоих динамических рядов.

2. Метод оценки уровней двузначного ряда: оптовая, розничная цена. Пусть $A=(a_0,...,a_n)\in R^{n+1}$ – решение задачи аппроксимации ряда, принимающего в каждый период t_k из множества $T=\{t_0<t_1<\ldots<t_N\}$ одно из двух фиксированных значений $y_{1,k}$ (оптовая цена за рассматриваемый период) или $y_{2,k}$ (розничная цена за рассматриваемый период), где $k=0,...,N$. Обозначим $y_k = y_{1,k}+y_{2,k}$, $k=0,...,N$. Тогда оценками показателей розничной цены ($y_{2,k}$) и оптовой цены ($y_{1,k}$), $k=0,...,N$, будут, соответственно $y^+{}_k = \max\{p_n(A,t_k), y_k - p_n(A,t_k)\}$ и $y^-{}_k = \min\{p_n(A,t_k), y_k - p_n(A,t_k)\}$.

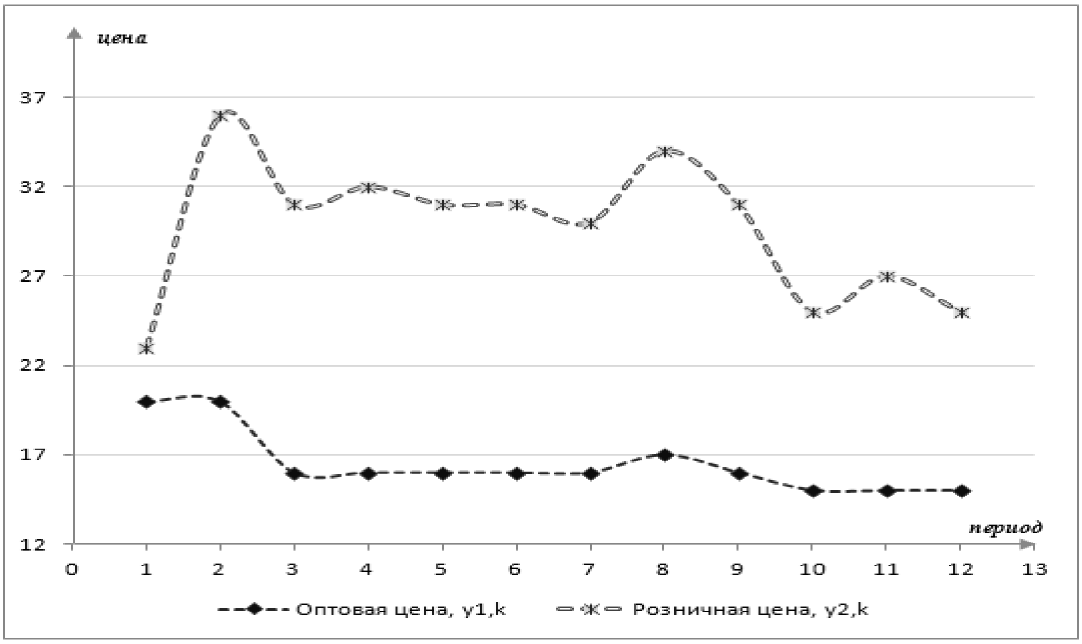

Рис. 1. Исходные динамические ряды оптовой и розничной цены

Утверждение. Имеет место равенство:

$$\left|y_{2,k}-y^+{}_k\right|=\left|y_{1,k}-y^-{}_k\right| \text{ для всех } k=0,...,N.$$

Доказательство. Покажем, что ошибки аппроксимации в каждом узле для функции, заданной значениями $\{y_{1,k}\}$, будут идентичны ошибкам аппроксимации для функции, заданной значениями $\{y_{2,k}\}$, то есть выполняется требуемое равенство. Рассмотрим, к примеру, случай $p_n(A,t_k)\ge y_k - p_n(A,t_k)$. Тогда $y^+{}_k = p_n(A,t_k)$, $y^-{}_k = y_k - p_n(A,t_k) = y_{1,k}+y_{2,k}-p_n(A,t_k)$, откуда следует утверждение. Другой случай рассматривается аналогично.

3. Критерии аппроксимации. Рассмотрим задачу минимизации максимума аффинно-квадратичных функций [3]:

$$C(A) = \max_{k\in \overline{0,N}} \left|(p(A,t_k)-y_{1,k})(p(A,t_k)-y_{2,k})\right| \to \min_{A\in R^2}, \qquad (1)$$

обозначим $C^* = \min\limits_{A\in R^2} C(A)$.

Критерий (1) заставляет «приблизиться к значению одной из функций в диапазонах максимальной ширины» (рис. 2).

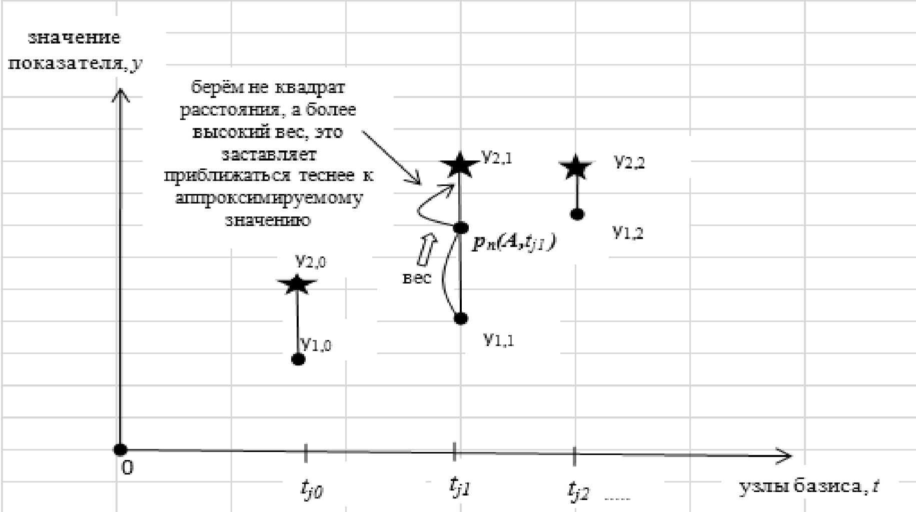

Рис. 2. Влияние весового коэффициента на расположение точки полинома

Применение критерия позволяет достичь некоторой аналогии известного метода взвешенных наименьших квадратов [4], в смысле применения весов, связанных с влиянием значения второго ряда, к задаче Чебышёва.

В [3] обоснованы математические свойства решения задачи (1), позволившие разработать рациональный алгоритм [4], [5]. Применяя алгоритм решения задачи (1) и метод, предложенный в п.2 данной статьи, к рассмотренной ценовой динамике (рис. 1), получаем следующий результат (рис. 3).

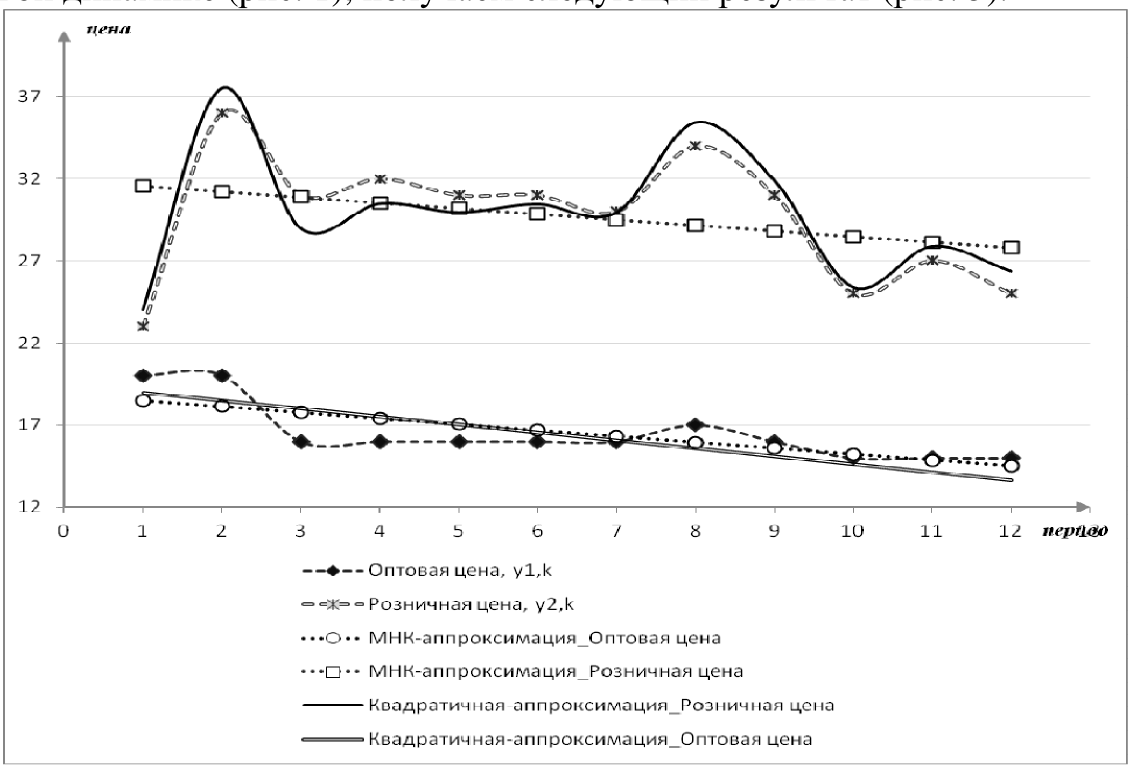

Рис. 3. Аппроксимация оптовой и розничной цены различными методами

Сопоставление с методом наименьших квадратов (МНК) визуально показывает целесообразность применение критерия (1), поскольку оптовая цена явно «тянет вниз» розничную и в целом ценовая динамика носит понижательный характер (наклон аппроксимирующего полинома в задаче (1) отрицателен). Аппроксимация предложенным методом позволила достичь коэффициента корреляции расчётных данных по розничной цене к фактическим данным 0,95 (против 0,32 при применении МНК). Что касается аппроксимации оптовой цены, уровень коэффициента корреляции 0,76 для обоих методов.

Проведённые эксперименты показывают, что предложенная методология может применяться в экономико-статистическом анализе данных и не только дополнять традиционные подходы, а в некоторых случаях полностью заменять их.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ (проект 16-06-00582).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Устюжанина Е. В.* Использование методов оценки имущества для экономического обоснования цены продукции // Экономика и математические методы. 2013. 49 (3). 3-15.

2. *Воротников И. Л., Розанов А. В., Котова М. В.* Анализ и прогнозирование динамики цен на продукты питания (на примере Саратовской области) // Экономика сельскохозяйственных и перерабатывающих предприятий. 2016. № 5. С. 59-62.

3. *Выгодчикова И. Ю.* О приближении двузначной функции алгебраическим полиномом // Известия высших учебных заведений. Математика. 2016. № 4. С. 8-13.

4. *Выгодчикова И. Ю.* Об оценивании риска потери доминантного признака в аффинно-квадратичной модели // «Математическое моделирование в экономике, страховании и управлении рисками» : сборник материалов IV Междунар. молодежной науч.-практ. конф.: в 2 т. Саратов : Изд-во Сарат. ун-та, 2015. С. 35-39.

5. *Выгодчикова И. Ю.* Алгоритм решения одной задачи минимизации максимума аффинно-квадратичных функций // Тезисы 18-й Саратовской зимней матем. школы: «Современные проблемы теории функций и их приложения» (г. Саратов, 28 января – 3 февраля 2016 года). Саратов. 2016. С. 98-101.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО РОСТА ПРЕДПРИЯТИЯ ОДНОСЕКТОРНОЙ ЭКОНОМИКИ

А. И. Глаголев, В. Р. Шебалдин

Саратовский государственный университет, Россия
E-mail: alexeygauss@mail.ru, vrsh2007@rambler.ru

В настоящей статье формулируется алгоритм численного решения задачи оптимального роста предприятия односекторной экономики.

THE NUMERICAL SOLUTION OF THE GROWTH PROBLEM OF ONE-SECTOR ECONOMY

A. I. Glagolev, V. R. Shebaldin

In this article we formulate the algorithm for numerical solution of the optimal growth one-sector economy.

Рассмотрим модель Рамсея, см. [1], экономического роста предприятия