ляции расчётных данных по розничной цене к фактическим данным 0,95 (против 0,32 при применении МНК). Что касается аппроксимации оптовой цены, уровень коэффициента корреляции 0,76 для обоих методов.

Проведённые эксперименты показывают, что предложенная методология может применяться в экономико-статистическом анализе данных и не только дополнять традиционные подходы, а в некоторых случаях полностью заменять их.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ (проект 16-06-00582).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Устюжанина Е. В.* Использование методов оценки имущества для экономического обоснования цены продукции // Экономика и математические методы. 2013. 49 (3). 3-15.

2. *Воротников И. Л., Розанов А. В., Котова М. В.* Анализ и прогнозирование динамики цен на продукты питания (на примере Саратовской области) // Экономика сельскохозяйственных и перерабатывающих предприятий. 2016. № 5. С. 59-62.

3. *Выгодчикова И. Ю.* О приближении двузначной функции алгебраическим полиномом // Известия высших учебных заведений. Математика. 2016. № 4. С. 8-13.

4. *Выгодчикова И. Ю.* Об оценивании риска потери доминантного признака в аффинно-квадратичной модели // «Математическое моделирование в экономике, страховании и управлении рисками» : сборник материалов IV Междунар. молодежной науч.-практ. конф.: в 2 т. Саратов : Изд-во Сарат. ун-та, 2015. С. 35-39.

5. *Выгодчикова И. Ю.* Алгоритм решения одной задачи минимизации максимума аффинно-квадратичных функций // Тезисы 18-й Саратовской зимней матем. школы: «Современные проблемы теории функций и их приложения» (г. Саратов, 28 января – 3 февраля 2016 года). Саратов. 2016. С. 98-101.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО РОСТА ПРЕДПРИЯТИЯ ОДНОСЕКТОРНОЙ ЭКОНОМИКИ

А. И. Глаголев, В. Р. Шебалдин

Саратовский государственный университет, Россия
E-mail: alexeygauss@mail.ru, vrsh2007@rambler.ru

В настоящей статье формулируется алгоритм численного решения задачи оптимального роста предприятия односекторной экономики.

THE NUMERICAL SOLUTION OF THE GROWTH PROBLEM OF ONE-SECTOR ECONOMY

A. I. Glagolev, V. R. Shebaldin

In this article we formulate the algorithm for numerical solution of the optimal growth one-sector economy.

Рассмотрим модель Рамсея, см. [1], экономического роста предприятия замкнутого типа:

$$\dot{K}(t) = u(t)F(K(t),L(t)), \quad K(0) = K_0, \quad K(t_j) \le c_j \tag{1}$$

$$\dot{L}(t) = \mu L(t), \qquad L(0) = L_0, \qquad t \in [0,T] \tag{2}$$

$$J(u) = \int_0^T e^{-\rho t}\ln(1-u(t)) + \ln F(K,L)\, dt \to \max, \tag{3}$$

$$u(t) \in U_\varepsilon = [0,1-\varepsilon],\ t \in [0,T] \tag{4}$$

где функция производства F(K,L) дважды непрерывно дифференцируемая, положительная, однородная функция своих аргументов; u(t)-кусочно-непрерывная функция; μ>0 - заданный коэффициент потери трудовых ресурсов; ρ=const, ρ>0 - коэффициент дисконтирования; ε=const, ε>0 - параметр, определяющий часть произведенного продукта на развитие производства; В настоящей работе рассматриваются ограничения на фондовооруженность предприятия в фиксированные моменты времени, см.[2], то есть

$$\frac{K(t_j)}{L(t_j)} \ge c_j, \quad j = \overline{1,q}, \quad t_j \in [0,T], \tag{5}$$

где c_j –заданные константы. Было доказано, см [1], что при замене $x(t) = K(t)/L(t)$ задача (1)-(4), сводится к следующей:

$$\dot{x}(t) = u(t)f(x(t))\text{-}\mu x(t), \quad x(0) = x_0 \tag{6}$$

$$u \in U_\varepsilon \tag{7}$$

$$x(t_j) \ge c_j,\ j = \overline{1,q} \tag{8}$$

$$J(u) = \int_0^T e^{\rho t} f_0(x(t,u)dt \to \max, \tag{9}$$

где f(x)=F(x,1), x=K/L, $f_0(x(t,u) = \ln(1\text{-}u) + \ln f(x)$

В работе [3] доказывается теорема о необходимых условиях экстремума данной задачи, результаты которой служат основой для построения численного алгоритма решения задачи (1)-(4).

Алгоритм. Пусть известна функция u^k, и $\varepsilon^k > 0$, необходимая для построения алгоритма.

*Шаг 1.*Определим множество M_o^k

$$M_o^k = \{0\} \cup M^k; M^k = \left\{(j) \mid x_j^k \ge -\varepsilon^k\right\},\ j = \overline{1,n}$$

Шаг 2. Решим следующую дифференциальную систему и определим функцию $\tilde{\Psi}_0^k(t)$, получим в итоге семейство функций $\left\{\Psi_j^k\right\}$; $j \in M_o^k$, см. (9):

$$\dot{\Psi}_0^k = -f_x^T\left(x^k, u^k\right)\Psi_0^k(t),\ \Psi_0^k(1) = -\varphi_x\left(x^k(T)\right)$$

$$\dot{\Psi}_j^k = -\Psi^k\left(u^k f\left(x^k\right) - \mu\right);\ \Psi_j\left(t_j\right) = 1;$$

$$\dot{\tilde{\Psi}}_j^k\left(t_j\right) = -\tilde{\Psi}_j\left(u^k f\left(x^k\right) - \mu\right);\ \dot{\tilde{\Psi}}_j\left(t_j\right) = 1;$$

Шаг 3. Решим следующую задачу:

$$\mu^k = \max_{v\in V}\min_{j\in M_0^k}\int_0^T \Delta_u H_j^k(t,u)\,dt .$$

Очевидно, что $\mu^k \ge 0$, а $\Delta_u H_j^k(t,u) = \Psi_j^k\left(f\left(x^k,u^k\right)\left(u-u^k\right)\right)$, и

$$\Delta_u H_0^k = \Psi_0\left[f\left(x^k,u^k\right) - f_0\left(x^k,u^k\right)\right]$$

Обозначим $v^k(t)$ –функция, при которой достигается максимум,

j_0 – индекс, при котором достигается минимум.

Введем обозначение:

$$\theta_j^k = \int_0^T \Delta H_u^k\left(t,v^k\right)dt,\ \text{где } j\in M_0^k,\ \Delta H_u^k\left(t,v^k\right) = \Psi_j^k\left(f\left(x^k,u^k\right)\left(v^k-u^k\right)\right)$$

*Шаг 4.*Для каждого $\alpha\in(0,1]$ подсчитаем $N\left(\alpha,\varepsilon^k\right) = N^k(\alpha)$, для которого выполняется неравенство:

$$\int_{T^k(\alpha)} \Psi_j^{k^T}(t)\Psi_0\left[f_0\left(x(t),v^k(t)\right) - f_0(x,u^k)\right]dt \ge \alpha\left(\theta_j^k - \gamma\varepsilon^k\right),$$

Где $T^k(\alpha) = T\left(N^k(\alpha),\alpha\right)$, $\gamma = const, \gamma\in(0,1)$ – некоторый параметр, необходимый для обоснования алгоритма. Существование таких $N^k(\alpha)$ возможно согласно лемме 2.1 из [3].

Шаг 5. Определим для каждого $\alpha\in(0,1]$ функцию

$$u^k(t,\alpha) = \begin{cases} v^k(t), npu\, t\in T^k(\alpha)\cap\left[0,t_{j_0}^k\right] \\ u^k(t), npu\, t\in T^k(\alpha) \end{cases}$$

*Шаг 6.*Выберем α^k из условия

$$J\left(u^k\left(t,\alpha^k\right)\right) < J_0\left(u^k(t,\alpha)\right),\ \alpha\in[0,1]$$

Шаг 7. В случае, если $\mu^k \le \varepsilon^k$,то положим $\varepsilon^{k+1} = \beta\varepsilon^k, u^{k+1} = u^k\left(t,\alpha^k\right)$

Теорема. Пусть α^k выбираются согласно приведенному способу в леммах 1,2, см [3], тогда имеет место:

1. $\lim_{k\to\infty}\varepsilon^k = 0;$

2. $\lim_{k\to\infty}\mu^k = 0.$

Доказательства леммы 1, 2 и теоремы приводятся аналогично доказательствам в [3].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Aseev S. M., Kryazhimsky A. V.* The Pontryagin Maximum Principle and Optimal Growth Problems // SteklovInstituteofMath. Russian Academy of Science. 2007. Vol. 237. P. 253.

2. *Дубров А. М., Лагоша Б. А., Хрусталёв Е. Ю.* Моделирование рисковых ситуаций в экономике и бизнесе. М. : Финансы и статистика, 1999. 176 с.

3. *Шебалдин В. Р.* Необходимые условия экстремума в задаче экономического роста с ограничениями на фондовооруженность / Сб.научн.трудов, Саратов : Изд-во Сарат. ун-та, 2011. Вып. 13. С. 123-126.