СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Официальный сайт Федеральной службы государственной статистики [Электронный ресурс]. URL: http://www.gks.ru (дата обращения: 14.04.2016).

2. *Дуброва Т. А.* Статистические методы прогнозирования : учеб. пособие для вузов. М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2003. 206 с.

3. *Федосеев В. В.* Экономико-Математические методы и прикладные модели : учеб. пособие для вузов под ред. В. В. Федосеева. М. : ЮНИТИ, 1999. 391 с.

4. *Садовникова Н. А.* Анализ временных рядов и прогнозирование : учеб. пособие Московский государственный университет экономики, статистики и информатики. М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2001. 67 с.

5. *Орлова И. В.* Экономико-математическое моделирование: Практическое пособие по решению задач. М. : Вузовский учебник, 2004. 144 с.

6. *Бучацкая В. В.* Методика определения интервальных оценок при прогнозировании методами экстраполяции // Вестник Адыгейского государственного университета. Серия 4: Естественно-Математические и технические науки. 2012. № 3 (106). С. 136-140.

О ПОДХОДЕ К ПРОГНОЗИРОВАНИЮ ЭКОНОМИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА ПО ПАРАМЕТРАМ, ЗАДАННЫМ СЕГМЕНТНЫМИ ФУНКЦИЯМИ

А. В. Макаров, Ю. А. Макеева, С. И. Дудов

Саратовский государственный университет, Россия
E-mail: Alexander-Makarov93@yandex.ru, julia12mak@yandex.ru, DudovSI@info.sgu.ru

Рассматривается экономический процесс, характеризующийся двумя показателями, исторические данные о которых задаются значениями сегментных функций. Для прогнозирования этих показателей предлагается решение задачи по равномерному приближению многозначного отображения, образы которого формируются двумя соответствующими сегментными функциями, двумерной вектор-функцией полиномиального вида. Показано, что решение этой задачи может быть сведено к решению двух вспомогательных задач по равномерному приближению других сегментных функций полиномами по используемой чебышевской системе функций.

APPROACH TO PREDICTION OF THE ECONOMIC PROCESS BY PARAMETERS DEFINED BY SEGMENTS FUNCTIONS

A. V. Makarov, J. A. Makeeva, S. I. Dudov

The economic process is considered which is characterized by two parameters for which historical data is defined by values of segment functions. The solution of the problem of uniform approximation of multivalued map, where images are formed by two respective segment functions - a two-dimensional vector-function of polynomial type -, is proposed for prediction of these parameters. It is showed that solution of the problem can be reduced to the solving of two auxiliary problems related to the uniform approximation of another segment functions by polynomials using Chebyshev system of functions.

Прогнозирование экономического процесса обычно базируется на исторических данных его параметров. Эти параметры могут находиться в неявной взаимозависимости, а исторические данные о них могут быть выражены приближенно или нечетко. Например, для них могут быть лишь указаны интервалы возможных значений. В связи с этим целесообразна постановка нижеследующей задачи.

Пусть сегментными функциями *F (t)* = $[f_1(t), f_2(t)]$ и *G (t)* = $[g_1(t), g_2(t)]$, где $f_1(t) \le f_2(t)$, $g_1(t) \le g_2(t)$, на сетке $T = \{t_i\}_{i=1..m}$: $t_1 < t_2 < \ldots < t_m$ задаются исторические значения двух показателей экономического процесса. В этой информации заложены и возможный разброс значений, и их неявная взаимозависимость. Обозначим через $P_n(A,t) = \sum_{i=0}^{n} a_i \varphi_i(t)$ – обобщенный полином по некоторой чебышевской на *T* системе функций $\{\varphi_i(t)\}_{i=\overline{0,n}}$, а $A = (a_0,\ a_1, \ldots,\ a_n) \in R^{n+1}$ – соответствующий вектор коэффициентов [1].

Рассмотрим следующую задачу по равномерному на сетке *T* приближению многозначного отображения

$$\hat{O}(\cdot) = \{F(\cdot), G(\cdot)\} : T \to 2^{R^1} \times 2^{R^1}$$

однозначным отображением

$$\ddot{I}_n(A,B,\cdot) = (P_n(A,\cdot), P_n(B,\cdot) : T \to R^2$$

полиномиального вида:

$$\rho(A,B) \equiv \max_{i \in [1:m]} \{\rho_F(F(t_i), P_n(A,t_i)) + \rho_G(G(t_i), P_n(B,t_i))\} \to \max_{(A,B) \in R^{2n+2}}. \qquad (1)$$

Здесь

$$\rho_F(F(t), P_n(A,t)) = \max\{P_n(A,t) - f_1(t), f_2(t) - P_n(A,t)\} \qquad (2)$$

− расстояние Хаусдорфа между отрезком *F (t)* и значением $P_n(A,t)$, соответственно

$$\rho_G(G(t), P_n(B,t)) = \max\{P_n(B,t) - g_1(t), g_2(t) - P_n(B,t)\} \qquad (3)$$

− расстояние Хаусдорфа между отрезком *G (t)* и значением $P_n(B,t)$.

Если (A^*, B^*) – одно из решений задачи (1), то есть $\rho(A^*, B^*) = \min_{(A,B) \in R^{2n+2}} \rho(A,B)$, то величину $P_n(A^*, t_{m+1})$ предлагается взять в качестве прогнозного значения для первого показателя экономического процесса в момент времени $t_{m+1} > t_m$, а величину $P_n(B^*, t_{m+1})$ – для второго.

Нетрудно видеть, что функция $\rho(A,B)$ является выпуклой по совокупности *(A,B)* на R^{2n+2}. Поэтому для исследования и решения задачи (1) можно применять средства выпуклого анализа и методы выпуклого программирования (напр., [2]-[3]).

Введем в рассмотрение ещё две задачи

$$\rho_1(C) \equiv \max_{i \in [1:m]} \max\{P_n(C,t_i) - f_1(t_i) - g_1(t_i), f_2(t_i) + g_2(t_i) - P_n(C,t_i)\} \to \min_{C \in R^{n+1}} \qquad (4)$$

$$\rho_2(D) \equiv \max_{i \in [1:m]} \max\{P_n(D,t_i) - f_1(t_i) + g_2(t_i), f_2(t_i) - g_1(t_i) - P_n(D,t_i)\} \to \min_{D \in R^{n+1}} \qquad (5)$$

где *C* и *D* – вектора коэффициентов соответствующих полиномов. Задачи

(4) и (5) являются соответственно задачами равномерного приближения сегментных функций $\Phi_1(t) = [f_1(t) + g_1(t), f_2(t) + g_2(t)]$ и $\Phi_2(t) = [f_1(t) - g_2(t), f_2(t) - g_1(t)]$ на сетке T. Очевидно, функции $\rho_1(C)$ и $\rho_1(D)$ являются выпуклыми на R^{n+1}.

Докажем, что справедлива следующая

Теорема. Для того чтобы пара (A^*, B^*) была точкой минимума функции $\rho(A,B)$ на R^{2n+2}, необходимо и достаточно, чтобы:

1) в случае $\rho_1(A^* + B^*) > \rho_2(A^* - B^*)$ вектор коэффициентов $C^* = A^* + B^*$ был решением задачи (4),

2) в случае $\rho_1(A^* + B^*) < \rho_2(A^* - B^*)$ вектор коэффициентов $D^* = A^* - B^*$ был решением задачи (5),

3) в случае $\rho_1(A^* + B^*) = \rho_2(A^* - B^*)$ хотя бы один из векторов $C^* = A^* + B^*$ и $D^* = A^* - B^*$ являлся бы решением соответственно задачи (4) или (5).

Доказательство. Из (2)-(5) вытекает

$$\rho(A,B) = \max\{\rho_1(A+B), \rho_2(A-B)\}$$

и следовательно задача (1) эквивалентна задаче

$$\varphi(C,D) = \max\{\rho_1(C), \rho_2(D)\} \to \min_{(C,D)\in R^{2n+2}}, \qquad (6)$$

причём решения задач (1) и (6) связаны соотношениями

$$C^* = A^* + B^*,\ D^* = A^* - B^*. \qquad (7)$$

Используя известный факт из выпуклого анализа [2, гл.4, п.2], можно записать

$$\varphi(C^*, D^*) = \min_{(C,D)\in R^{2n+2}} \varphi(C,D) \Leftrightarrow 0_{2n+2} \in \partial\varphi(C^*, D^*). \qquad (8)$$

Здесь $\partial\varphi(\cdot)$ – субдифференциал выпуклой функции $\varphi(\cdot)$ по совокупности переменных *(C,D)* для соответствующего значения аргумента, $0_{2n+2} = (0,0,...,0) \in R^{2n+2}$. В соответствии с субдифференциальным исчислением для выпуклых функций [3, гл.1] из (6) следует

$$\partial\varphi(C,D) = \begin{cases} (\partial\rho_1(C), 0_{n+1}), & \text{åñëè } \rho_1(C) > \rho_2(D), \\ (0_{n+1}, \partial\rho_2(D)), & \text{åñëè } \rho_1(C) < \rho_2(D), \\ co\{(\partial\rho_1(C), 0_{n+1}), (0_{n+1}, \partial\rho_2(D))\}, & \text{åñëè } \rho_1(C) = \rho_2(D), \end{cases} \qquad (9)$$

где $\partial\rho_1(C)$ – субдифференциал выпуклой функции $\rho_1(\cdot)$ по C, а $\partial\rho_2(D)$ – субдифференциал выпуклой функции $\rho_2(\cdot)$ по D, $co\{\cdot\}$ – выпуклая оболочка множества { }.

Из (9) получаем, что в случае $\rho_1(C^*) = \rho_2(D^*)$ выполняется

$$0_{2n+2} \in \partial\varphi(C^*, D^*) \Leftrightarrow \{0_{n+1} \in \partial\rho_1(C^*) \vee 0_{n+1} \in \partial\rho_2(D^*)\}.$$

Это означает [2, гл.4], что либо C^* является решением задачи (4), либо D^* является решением задачи (5). Ввиду (7), мы тем самым доказали справедливость теоремы в случае 3). Справедливость теоремы в случаях 1) и 2) также вытекает из (6)-(9). Теорема доказана.

Эта теорема приводит к следующему выводу о возможном подходе к решению задачи (1). Следует сначала решить вспомогательные задачи (4) и (5). После чего формулы (7) позволяют получить хотя бы одно решение задачи (1). Отметим, что задача вида (2)-(3) исследовалась в [4] для случая алгебраических полиномов и для $T=\{t_i\}_{i=1..m}$, а в [5] для $T=[c,d]$. В [6] предложен алгоритм решения задачи такого вида. Кроме того, эта задача может быть сведена к задаче линейного программирования.

Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства образования и науки Российской Федерации (код проекта 1.1520.2014/К).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Дзядык В. К.* Введение в теорию равномерного приближения функций полиномами. М. : Наука, 1977. 395 с.
2. *Пшеничный Б. Н.* Выпуклый анализ и экстремальные задачи. М. : Наука, 1980. 319 с.
3. *Демьянов В. Ф., Васильев Л. В.* Недифференцируемая оптимизация. М. : Наука, 1981. 384 с.
4. *Выгодчикова И. Ю.* О наилучшем приближении дискретного мультиотображения алгебраическим полиномом // Математика. Механика : сб. науч. тр. Саратов : Изд-во Сарат. ун-та, 2001. Вып. 3. С. 25-28.
5. *Выгодчикова И. Ю., Дудов С. И., Сорина Е. В.* Внешняя оценка сегментной функции полиномиальной полосой // ЖВМиМФ. 2009. Т. 51. № 7. С. 1175-1183.
6. *Выгодчикова И. Ю.* Об алгоритме решения задачи о наилучшем приближении дискретного многозначного отображения алгебраическим полиномом // Математика. Механика : сб. науч. тр. Саратов : Изд-во Сарат. ун-та. 2002. Вып. 4. С. 27-31.

НЕЙРОННЫЕ СЕТИ КАК ИНСТРУМЕНТ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОГНОЗА ВАЛЮТНОЙ КОТИРОВКИ НА ФОНДОВОЙ БИРЖЕ

М. В. Малярова

Саратовский национальный исследовательский государственный университет, Россия
E-mail: malyarovamv@sgu.ru

В данной статье осуществлен анализ и разбор высокоэффективного метода прогнозирования с помощью искусственной нейронной сети с предварительной обработкой входных данных в финансово-экономической сфере деятельности. Нейронная сеть была обучена методом обратного распространения ошибки, что помогло непосредственно повысить время вычисления результатов в обученной сети.

NEURAL NETWORKS AS A MODELING TOOL FORECAST CURRENCY QUOTES ON THE SECURITIES EXCHANGE

M. V. Malyarova

This article presents the analysis and review of a highly effective method of forecasting using artificial neural network with pre-processing of input data in economic and financial field. The neural network was trained with the method of error back-propagation that has helped directly to