

КОМПЬЮТЕРНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ФОРМИРОВАНИЯ ИНВЕСТИЦИОННЫХ ПОРТФЕЛЕЙ

А. И. Новиков, Т. И. Солодкая

Российский университет кооперации, Мытищи, Россия
Саратовский государственный университет, Россия
E-mail: solti2005@yandex.ru

На конкретных примерах рассмотрено применение компьютерных технологий к формированию оптимальных инвестиционных портфелей финансовых активов максимальной доходности Марковица и минимального риска Тобина.

COMPUTER TECHNOLOGIES OF FORMATION OF INVESTMENT PORTFOLIOS

A. I. Novikov, T. I. Solodkaya

Specific examples considered are the use of computer technology to the formation of optimal portfolios the Markowitz model of maximum profitability and Tobin's model of minimal risk.

Модель Марковица. Предполагается, что все инвестиции вложены в рискованные активы. Структура портфеля акций или других ценных бумаг описывается показателями x_i , характеризующими долю стоимости акций данного вида в общей стоимости приобретаемого или имеющегося портфеля, причем выполняются соотношения: $\sum x_i = 1$, $x_i \geq 0$.

Ожидаемая доходность портфеля акций в целом при заданной его структуре определяется: $m_p = \sum x_i m_i$, где m_i – ожидаемая доходность по каждому виду активов. Для трех рискованных активов матрица ковариации $(\sigma)_{ij}$ и дисперсия портфеля σ_p^2 имеют вид:

$$(\sigma)_{ij} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix},$$

$$\sigma_p^2 = \sigma_1^2 x_1^2 + \sigma_2^2 x_2^2 + \sigma_3^2 x_3^2 + 2\sigma_{12} x_1 x_2 + 2\sigma_{13} x_1 x_3 + 2\sigma_{23} x_2 x_3$$

Рискованность одного актива измеряется дисперсией или стандартным отклонением доходности по этому активу, а риск портфеля – дисперсией или стандартным отклонением доходности портфеля. Для оценки риска портфеля обычно используется стандартное отклонение $\sigma_p = \sqrt{\sigma_p^2}$.

Задача оптимизации заключается в том, чтобы определить, какая доля

портфеля должна быть отведена для каждой из инвестиций так, чтобы величина ожидаемого дохода и уровень риска соответствовали целям инвесторов.

Рассмотрим портфель, составленный из рискованных активов *A, B, C* со следующими ожидаемыми доходностями: $m_1 = 16,2\%$, $m_2 = 24,6\%$, $m_3 = 22,8\%$, с ковариационной матрицей

$$(\sigma)_{ij} = \begin{pmatrix} 146 & 187 & 145 \\ 187 & 854 & 104 \\ 145 & 104 & 289 \end{pmatrix}.$$

Произведем оптимизацию портфеля, используя портфель Марковица максимальной эффективности, при заданном значении риска 14% .

Экономико-математическая модель задачи формирования портфеля Марковица максимальной эффективности имеет вид [1]:

$$m_p = 16,2x_1 + 24,6x_2 + 22,8x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} \sum x_i = 1 \\ \sigma_p = \sqrt{146x_1^2 + 854x_2^2 + 289x_3^2 + 374x_1x_2 + 290x_1x_3 + 208x_2x_3} = 14 \end{cases}$$

Исходные данные, изменяемые ячейки, целевая функция и ограничения представляются в Excel таблицей 1:

Таблица 1

Значение параметров			
	A	B	C
1	Исходные данные		
2	m₁	m₂	m₃
3	16,2	24,6	22,8
4	σ₁₁	σ₂₂	σ₃₃
5	146	854	289
6	σ₁₂	σ₁₃	σ₂₃
7	187	145	104
8	Изменяемые ячейки		
9	x₁	x₂	x₃
10			
11	Целевая ячейка		
12	m_p	0,00	→ max
13	Ограничения		
14	Σx	0,00	1,00
15	σ_p	0,00	14,00

Поясним ввод формул в соответствующие ячейки таблицы 1:

Таблица 2

Значение параметров	
Ввод формул в соответствующие ячейки таблицы 1	
Ячейка	Формула
B12	= СУММПРОИЗВ(A3:C3;A10:C10)
B14	= СУММ(A10:C10)
B15	=КОРЕНЬ(A5*A10^2+B5*B10^2+C5*C10^2+2*A7*A10*B10+2*B7*A10*C10+2*C7*B10*C10)

Заполненные диалоговые окна программ *Поиск решения* и *Параметры*

поиска решения имеют следующий вид:

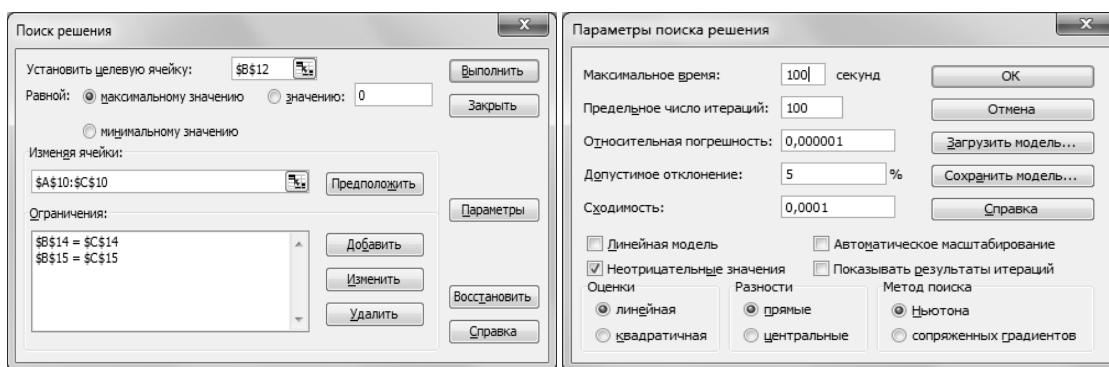


Рис. 1. Диалоговые окна Поиск решения и Параметры поиска решения для задачи Марковица

Результатом работы программы *Поиск решения* будут искомые значения показателей структуры x_i портфеля максимальной эффективности, составленного только из рисковых активов:

Таблица 3

Значение параметров		
x_1	x_2	x_3
0,34	0,13	0,53
Целевая ячейка		
m_p	20,81	max
Ограничения		
Σx	1,00	1,00
σ_p	14,00	14,00

Максимальную доходность портфеля 20,81% можно получить, если доли активов A, B, C составят соответственно 0,34, 0,13 и 0,53.

Модель Тобина. В модели Тобина инвестору разрешается инвестировать не только в рисковые, но и в безрисковые активы.

Инвестирование в безрисковый актив называется также *безрисковым кредитованием*, поскольку оно фактически является предоставлением займа государству. Кроме того, инвестору разрешается одалживать деньги под процент, равной доходности безрискового актива (*безрисковое заимствование*). В этом случае x_6 может принимать отрицательные значения.

Добавим к трем рискованным активам A, B, C примера безрисковый актив с годовой ставкой $m_b = 4\%$. Пусть возможно как безрисковое кредитование так и безрисковое заимствование. Произведем оптимизацию портфеля, используя модель Тобина минимального риска при заданной доходности портфеля 14%.

Экономико-математическая модель задачи формирования оптимального портфеля Тобина минимального риска имеет следующий вид [1]:

$$\sigma_p = \sqrt{146x_1^2 + 854x_2^2 + 289x_3^2 + 374x_1x_2 + 290x_1x_3 + 208x_2x_3} \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} \sum x_i + x_6 = 1 \\ m_p = 16,2x_1 + 24,6x_2 + 22,8x_3 + 4x_6 = 14 \end{cases}$$

Исходные данные, изменяемые ячейки, целевая функция и ограничения представляются в Excel таблицей 4

Таблица 4

Значение параметров				
	A	B	C	D
1	Исходные данные			
2	m_1	m_2	m_3	m_6
3	16,2	24,6	22,8	4
4	σ_{11}	σ_{22}	σ_{33}	
5	146	854	289	
6	σ_{12}	σ_{13}	σ_{23}	
7	187	145	104	
8	Изменяемые ячейки			
9	x_1	x_2	x_3	x_6
10				
11	Целевая ячейка			
12	σ_p	0,00	$\rightarrow \min$	
13	Ограничения			
14	Σx	0,00	1,00	
15	m_p	0,00	14,00	

Поясним ввод формул в соответствующие ячейки таблицы 5

Таблица 5

Значение параметров	
Ввод формул в соответствующие ячейки таблицы	
Ячейка	Формула
B12	=КОРЕНЬ(A5*A10^2+B5*B10^2+C5*C10^2+2*A7*A10*B10+2*B7*A10*C10+2*C7*B10*C10)
B14	=СУММ(A10:D10)
B15	=СУММПРОИЗВ(A3:D3;A10:D10)

Заполненные диалоговые окна программ *Поиск решения* и *Параметры поиска решения* имеют следующий вид

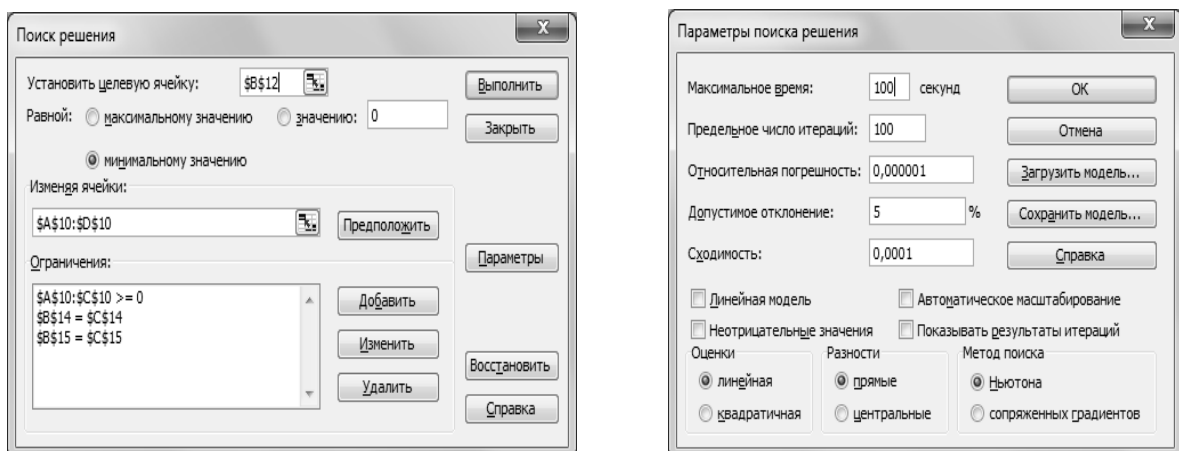


Рис. 2. Диалоговые окна Поиск решения и Параметры поиска решения для задачи Тобина

После выполнения работы программы «Поиск решения» видно, что ми-

нимальный риск портфеля составляет 8,27%. Его можно получить, если доли рискованных активов и безрискового актива составят соответственно 6,5%, 10,5%, 37,5% и 45,5, таблица 6:

Таблица 6

Значение параметров			
x_1	x_2	x_3	x_6
0,065	0,105	0,375	0,455
Целевая ячейка			
σ_p	8,27	min	
Ограничения			
Σx	1,00	1,00	
m_p	14,00	14,00	

Сведем результаты моделирования оптимальных структур портфелей с заданными доходностями 14; 22,36 и 27% при наличии безрисковой ценной бумаги, проведенного с помощью программы «Поиск решений», в таблицу 7.

Таблица 7

Значение параметров					
m_p	σ_p	x_1	x_2	x_3	x_6
14	8,27	0,065	0,105	0,375	0,455
22,36	15,18	0,119	0,193	0,688	0,000
27	19,02	0,149	0,242	0,862	-0,253

Одна доля портфеля (-0,253) получилась отрицательной. Ее можно трактовать как получение займа в размере 25,3% начального капитала под 4% годовых, которые через год необходимо отдать с процентами заемщику.

Определим структуру рискованной части портфеля, решение которой приведено в таблице 8.

Таблица 8

Значение параметров							
m_p	x_1	x_2	x_3	Σ	x_1/Σ	x_2/Σ	x_3/Σ
14	0,065	0,105	0,375	0,545	0,119	0,193	0,688
22,36	0,119	0,193	0,688	1,000	0,119	0,193	0,688
27	0,149	0,242	0,862	1,253	0,119	0,193	0,688

Анализ результатов показывает, что структура рискованной части портфеля при наличии безрисковой ценной бумаги постоянна (в таблице выделено), то есть не зависит от требуемой эффективности портфеля и представляет собой касательный портфель $x_{\text{касат}} = (0,119; 0,193; 0,688)$.

Именно объединением этого портфеля рискованных активов с безрисковым активом достигается формирование оптимального портфеля. Оптимальный портфель состоит из получения займа в размере 25,3% начального капитала и инвестирования занятых денег и начального капитала в касательный портфель.

В терминах инвестиций в рискованные акции A , B и C имеем

$$1,253 \cdot (0,119; 0,193; 0,688) = (0,149; 0,242; 0,862),$$

то есть инвестор должен инвестировать деньги в долях 14,9; 24,2 и 86,2% его начального капитала в акции *A*, *B* и *C* соответственно.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Новиков А. И., Солодкая Т. И. Измерение риска финансовых активов и методы формирования инвестиционного портфеля // *Фундаментальные и прикладные исследования кооперативного сектора экономики*. 2008. № 6. С. 77–91.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ФОРМИРОВАНИЯ СТРАХОВЫХ ТАРИФОВ (НА ПРИМЕРЕ ИМУЩЕСТВЕННОГО СТРАХОВАНИЯ)

А. Г. Реннер, О. И. Стебунова, П. В. Погорелова

Оренбургский государственный университет, Россия
E-mail: agrenner@mail.ru, ostebunva@mail.ru, polina16.08@mail.ru

В статье проведено моделирование страховых коэффициентов тарификационной системы на основе нелинейной модели регрессии. А также оценка размера нетто-премии на основе непараметрической (квантильной) модели, позволившей провести моделирование в условиях отличия распределения совокупного убытка от нормального. Для оценки эффективности внедрения тарификационной системы с точки зрения вероятности неразорения предлагается использовать имитационную модель с использованием предложенных тарификационных систем с учетом инвестирования собственных средств в рисковые и безрисковые активы. Предложенные модели апробированы на примере формирования тарификационной системы ООО «Росгосстрах». Полученные в ходе исследования страховые тарифные ставки имеют практическую значимость и могут быть использованы для расчета страховых премий в силу их актуарной обоснованности, причем не только в имущественном страховании, но и в других видах страхования с некоторой корректировкой.

MATHEMATICAL MODELS FOR INSURANCE RATE CALCULATION (FOR EXAMPLE PROPERTY ISURANCE)

A. G. Renner, O. I. Stebunova, P. V. Pogorelova

The article simulated insurance ratios of the rating ICI theme based on non-linear regression model. As well as evaluating the size of net premiums wasps basis of non-parametric (quantile) models allow for simulation in a mustache-ditions differences cumulative loss of the normal distribution. To assess the effectiveness of implementation-charging system in terms of the probability of non-bankruptcy proposal Gaeta-use simulation model using the proposed of the rating systems, taking into account the investment of own funds in the risky and risk-free Acti-you. The proposed models are tested on an example of formation of the rating ICI theme of "Rosgosstrakh". The findings of the study insurance tariffs have practical significance and can be used for the calculation of insurance premiums because of their actuarial soundness, not only in property insurance, but also in other types of insurance with some adjustments.

Имущественное страхование на сегодняшний день является наиболее обширной сферой деятельности страхового рынка, включая в себя целый ком-