

то есть инвестор должен инвестировать деньги в долях 14,9; 24,2 и 86,2% его начального капитала в акции *A*, *B* и *C* соответственно.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Новиков А. И., Солодкая Т. И. Измерение риска финансовых активов и методы формирования инвестиционного портфеля // *Фундаментальные и прикладные исследования кооперативного сектора экономики*. 2008. № 6. С. 77–91.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ФОРМИРОВАНИЯ СТРАХОВЫХ ТАРИФОВ (НА ПРИМЕРЕ ИМУЩЕСТВЕННОГО СТРАХОВАНИЯ)

А. Г. Реннер, О. И. Стебунова, П. В. Погорелова

Оренбургский государственный университет, Россия
E-mail: agrenner@mail.ru, ostebunva@mail.ru, polina16.08@mail.ru

В статье проведено моделирование страховых коэффициентов тарификационной системы на основе нелинейной модели регрессии. А также оценка размера нетто-премии на основе непараметрической (квантильной) модели, позволившей провести моделирование в условиях отличия распределения совокупного убытка от нормального. Для оценки эффективности внедрения тарификационной системы с точки зрения вероятности неразорения предлагается использовать имитационную модель с использованием предложенных тарификационных систем с учетом инвестирования собственных средств в рисковые и безрисковые активы. Предложенные модели апробированы на примере формирования тарификационной системы ООО «Росгосстрах». Полученные в ходе исследования страховые тарифные ставки имеют практическую значимость и могут быть использованы для расчета страховых премий в силу их актуарной обоснованности, причем не только в имущественном страховании, но и в других видах страхования с некоторой корректировкой.

MATHEMATICAL MODELS FOR INSURANCE RATE CALCULATION (FOR EXAMPLE PROPERTY ISURANCE)

A. G. Renner, O. I. Stebunova, P. V. Pogorelova

The article simulated insurance ratios of the rating ICI theme based on non-linear regression model. As well as evaluating the size of net premiums wasps basis of non-parametric (quantile) models allow for simulation in a mustache-ditions differences cumulative loss of the normal distribution. To assess the effectiveness of implementation-charging system in terms of the probability of non-bankruptcy proposal Gaeta-use simulation model using the proposed of the rating systems, taking into account the investment of own funds in the risky and risk-free Acti-you. The proposed models are tested on an example of formation of the rating ICI theme of "Rosgosstrakh". The findings of the study insurance tariffs have practical significance and can be used for the calculation of insurance premiums because of their actuarial soundness, not only in property insurance, but also in other types of insurance with some adjustments.

Имущественное страхование на сегодняшний день является наиболее обширной сферой деятельности страхового рынка, включая в себя целый ком-

плекс видов страхования. Данные подвиды объединены в одну отрасль из-за общности объектов страхования, на которые направлена защита, а именно – имущество и имущественные права страхователей. В настоящее время важной составляющей страхования являются корректные актуарные расчеты страховых тарифов, а соответственно и страховых премий, ведь именно страховые взносы формируют резервы для страховых выплат. В связи с этим задача любой страховой компании состоит в том, чтобы сделать клиенту интересное предложение, дать ему возможность сэкономить, но одновременно с этим обеспечить себе максимальную вероятность неразорения.

Существуют многочисленные работы по вопросам оценки страховых премий. Вопросы построения тарификационной системы рассматриваются в работах Т. Мака [1]. Основной недостаток исследований подобного рода в том, что применение традиционных статистических методов позволяет лишь ответить на вопросы о силе и направлении статистической связи признаков, влияющих на характеристики ущерба. В последних исследованиях Строински и Кюри для оценки нетто-премий предлагается использовать обобщенные линейные модели Д. Андерсона [2], но модели такого вида верны лишь для распределения премий, принадлежащего экспоненциальному семейству.

В работе [3] к данным страхования автокаско применяется составная Пуассон-гамма модель, в которой число убытков учитывается, но не моделируется отдельно от размера убытка. Возможности применения обобщенных линейных моделей при разделении числа убытков и размера убытка демонстрирует работа Брокмана и Райта [4].

Недостатком методов, предложенных в вышеперечисленных работах, является их неинвариантность относительно закона распределения исходных данных, а также требование выполнения большого числа предпосылок относительно анализируемых данных.

В данной работе для оценки коэффициентов тарификационной системы предложены модели на основе нелинейной и квантильной моделей регрессии.

Методом перекрестной параметризации было установлено, что наиболее значимое влияние на величину ущерба по страховым договорам недвижимости филиала страховой компании ООО «Росгосстрах» оказывают следующие факторы: «Общая площадь», «Внешняя отделка» и «Внутренняя отделка». В качестве распределения совокупного ущерба договоров было выбрано логнормальное распределение, которому соответствует максимальное значение функции правдоподобия. По каждому из перечисленных факторов рассчитали коэффициенты тарификационной системы с применением нелинейной модели регрессии [5], оценка которой имеет вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{Np}_t = \left(8,78 + 7,12 \cdot X_{t,1} \right) \exp \left(\begin{array}{l} 1,12 \cdot ZV_{t,1} + 1,05 \cdot ZV_{t,2} + 1,02 \cdot ZV_{t,3} + 0,45 \cdot ZO_{t,1} \\ (0,67) \quad (0,34) \quad (0,28) \quad (0,19) \\ + 0,5 \cdot ZO_{t,2} + 0,54 \cdot ZO_{t,3} + 0,57 \cdot ZO_{t,4} \\ (0,27) \quad (0,24) \quad (0,24) \end{array} \right); \\ \hat{R}^2 = 0,947. \end{array} \right. \quad (1)$$

где $ZV_{t,1} = \begin{cases} 1, \text{внешняя отделка – кирпич;} \\ 0, \text{иначе..} \end{cases}$

$$ZV_{t,2} = \begin{cases} 1, \text{внешняя отделка – доска обрезная;} \\ 0, \text{иначе.} \end{cases}$$

$$ZO_{t,1} = \begin{cases} 1, \text{внутренняя отделка – стандартная;} \\ 0, \text{иначе.} \end{cases}$$

$$ZO_{t,2} = \begin{cases} 1, \text{внутренняя отделка – улучшенная;} \\ 0, \text{иначе.} \end{cases}$$

$$ZO_{t,3} = \begin{cases} 1, \text{внутренняя отделка – упрощенная евроотделка;} \\ 0, \text{иначе.} \end{cases}$$

$$ZO_{t,4} = \begin{cases} 1, \text{внутренняя отделка – евроотделка;} \\ 0, \text{иначе.} \end{cases}$$

В случае отсутствия информации о законе распределения совокупного ущерба по договорам страхования целесообразным представляется поиск метода из семейства непараметрических. Одним из таких является метод квантильной регрессии. В результате оценивания влияния каждого из выделенных факторов на размер нетто-премии по договорам страхования домов с помощью квантильной регрессии уровня 0,75 была получена следующая оценка модели:

$$\begin{cases} \hat{N}p_t = 16,17 \cdot P_l + 2773,89 \cdot F_p + 4073,25 \cdot St_br + 3185,12 \cdot Otd_{VNE}d + \\ \quad + 6977,31 \cdot Otd_{VNU}ev + 8149,75 \cdot Otd_{VNU}ex + 3184,96 \cdot Kr_ch; \\ \hat{R}^2 = 0,927. \end{cases} \quad (2)$$

где P_l – общая площадь строения;

$$F_p = \begin{cases} 1, \text{если фундамент – плита;} \\ 0, \text{иначе;} \end{cases}$$

$$St_b = \begin{cases} 1, \text{если стены – бревно;} \\ 0, \text{иначе;} \end{cases}$$

$$Otd_{VNE}d = \begin{cases} 1, \text{если тип внешней отделки – дерево;} \\ 0, \text{иначе;} \end{cases}$$

$$Otd_{VNU}ev = \begin{cases} 1, \text{если тип внутренней отделки – евроотделка;} \\ 0, \text{иначе;} \end{cases}$$

$$Otd_{VNU}ex = \begin{cases} 1, \text{если тип внутренней отделки – эксклюзивная;} \\ 0, \text{иначе;} \end{cases}$$

$$Kr_ch = \begin{cases} 1, \text{если тип кровли – черепица;} \\ 0, \text{иначе.} \end{cases}$$

Для оценки вероятности неразорения страховой компании использующих предложенные тарификационные системы с учетом инвестирования, построим имитационную модель. Пусть инвестиционный портфель страховой компании $\pi = \{\beta, \alpha_1, \dots, \alpha_n\}$ состоит из одного безрискового финансового актива и n видов рискованных финансовых активов. Тогда капитал страховой компании Y_t , в момент времени t будет равен [6]:

$$Y_t = Y_{t-1} \left(1 + r\beta + \sum_{j=1}^n \alpha_j \cdot \mu_{t,j} \right) + \sum_{i=1}^{\lambda_t} c_{i,t} - \sum_{i=0}^{N_t} X_{i,t},$$

$$Y_0 = u, \quad t = 1, 2, \dots, T, \quad (3)$$

где u – начальный капитал страховой компании;

$c_{i,t}$ – случайная величина, характеризующая размер премии, поступившей по i -му договору ($i = 0, 1, \dots, \lambda_t$) в период $[t-1, t]$;

λ_t – случайная величина, характеризующая количество премий поступивших в период $[t-1, t]$;

N_t – случайная величина, характеризующая количество исков поступивших в период $[t-1, t]$;

$X_{i,t}$ – случайные величины, характеризующие размер i -го иска ($i = 0, \dots, N_t$) поступившего в период $[t-1, t]$;

$\mu_{t,j}$ – случайная величина – доходность j -го рискового актива ($j = 1, \dots, n$) в момент времени t ;

T – горизонт планирования;

$c_{i,t}$ рассчитываются в соответствии с одной из предложенных моделей:

Для нелинейной модели:

$$c_{i,t} = \left(8,78 + 7,12 \cdot X_{t,1}^i \right) \exp \left\{ \begin{array}{l} 1,12 \cdot ZV_{t,1}^i + 1,05 \cdot ZV_{t,2}^i + 1,02 \cdot ZV_{t,3}^i + 0,45 \cdot ZO_{t,1}^i \\ (0,67) \quad (0,34) \quad (0,28) \quad (0,19) \\ + 0,5 \cdot ZO_{t,2}^i + 0,54 \cdot ZO_{t,3}^i + 0,57 \cdot ZO_{t,4}^i \\ (0,27) \quad (0,24) \quad (0,24) \end{array} \right\}, \quad (4)$$

где $ZV_{t,1}, ZV_{t,2}, ZV_{t,3}$ – случайные величины, распределенные по закону Бернулли, характеризующие тип внешней отделки сооружения по i -му договору страхования ($i = 0, 1, \dots, \lambda_t$), поступившему в период $[t-1, t]$;

$ZO_{t,1}, \dots, ZO_{t,4}$ – случайные величины, распределенные по закону Бернулли, характеризующие тип внутренней отделки сооружения по i -му договору страхования ($i = 0, 1, \dots, \lambda_t$), поступившему в период $[t-1, t]$.

Для модели на основе квантильной регрессии [8]:

$$c_{i,t} = 16,17 \cdot \text{Pl}_t^i + 2773,89 \cdot \text{F_p}_t^i + 4073,25 \cdot \text{St_br}_t^i + 3185,12 \cdot \text{Otd}_{\text{VNE}} d_t^i +$$

$$+ 6977,31 \cdot \text{Otd}_{\text{VNU}} \text{ev}_t^i + 8149,75 \cdot \text{Otd}_{\text{VNU}} \text{ex}_t^i + 3184,96 \cdot \text{Kr_ch}_t^i. \quad (5)$$

(7,78) (1383,18) (2036,35) (1473,93)
(3378,83) (4076,37) (1587,07)

Вероятность неразорения в течении периода планирования T для портфеля π при начальном капитале u определим как $\phi(u, T) = P(Y_t > 0, \forall t = 1, 2, \dots, T / Y_0 = u)$.

Для оценки вероятности неразорения используется алгоритм предложенный в работе [7]. С помощью разработанного программного средства проведем вычислительный эксперимент. Анализ результатов показал, что $L = 40\,000$ имитаций достаточно для получения нужной точности расчетов ($\text{eps} = 0,001$).

Инвестиционная политика компании «Росгосстрах» прежде всего направлена на работу с банками первого банковского эшелона, а также эмитентами, имеющими рейтинг высокой степени надежности.

В рамках осуществления инвестиционной деятельности у Общества сло-

жились устойчивые взаимовыгодные отношения с рядом банков первой категории надежности, включая ОАО Сбербанк РФ, ОАО ВТБ. При этом определяющими факторами при работе с банками являются продолжение и углубление сотрудничества в рамках страхового бизнеса, а также вложение в финансовые инструменты надежных банков с высоким инвестиционным рейтингом.

Проанализируем, как повлияет выбор модели для расчета нетто-премии по договорам страхования недвижимости на вероятность неразорения страховой компании. Сформируем стратегию инвестирования в безрисковый актив и рискованные активы: ОАО Банк ВТБ, ОАО «Сбербанк» в долях 0,51347, 0,19812 и 0,28841, задав начальный капитал на уровне 100 тыс. руб. Результаты расчетов представлены в таблице.

**Значения вероятности неразорения страховой компании
для различных моделей расчета нетто-премии**

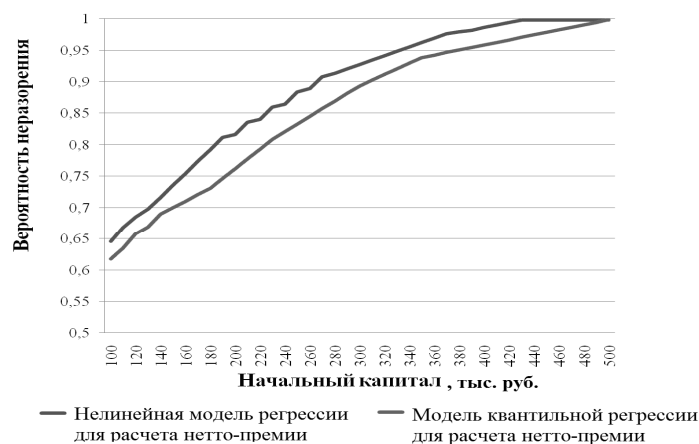
Вид модели	Вероятность неразорения	
	Без инвестирования	С инвестированием в 1 безрисковый и 2 рискованных актива в долях 0,51347, 0,19812, 0,28841 соответственно
Нелинейная модель регрессии	0,588601	0,645417
Модель квантильной регрессии	0,581597	0,617561

На основе результатов, приведенных в таблице, можно сделать вывод о том, что использование нелинейной модели регрессии при вычислении размера премий по договорам страхования недвижимости несколько предпочтительнее (дает наибольшую вероятность неразорения страховой компании). Однако при отсутствии информации о законе распределения совокупного ущерба рекомендуется использовать оценку модели квантильной регрессии.

Проанализируем, как повлияет начальный капитал на значение вероятности неразорения страховой компании. На рисунке 1 представлены графики зависимости вероятности неразорения от начального капитала для обеих моделей расчета нетто-премий.

Как видно по графику при формировании премий в соответствии с нелинейной моделью вероятность неразорения 0,95 достигается при начальном капитале размером 330 тыс. руб., а для модели квантильной регрессии – 380 тыс. руб.

Таким образом, построены две тарификационные системы имущественного страхования. С целью оценки эффективности каждой из систем была разработана имитационная модель, позволяющая вычислять вероятность неразорения в зависимости от выбора начального капитала, модели расчета нетто-премии и параметров, характеризующих инвестиционную деятельность страховой компании. В случае наличия информации о законе распределения совокупного ущерба по договорам страхования рекомендуется использовать нелинейную модель, в противном случае - модель квантильной регрессии.



**Графики зависимостей вероятности
Неразорения от начального капитала страховой компании**

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Мак Т.* Математика рискованного страхования. М. : Олимп-Бизнес, 2005. 432 с.
2. *Anderson D., Feldblum Sh, Modlin A.* Practitioner's Guide to Generalized Linear Models. 2007. P. 217-223.
3. *Jorgensen B., Paes de Souza M. C.* Fitting Tweedie's Compound Poisson Model to Insurance Claims Data // Scandinavian Actuarial Journal. 1994. P. 69-93.
4. *Brockman, M. J., Wright T. S., Brockman M. J.* Statistical Motor Rating: Making Effective Use of Your Data // Journal of the Institute of Actuaries. 1992. Vol. 119. P. 457-526.
5. *Реннер А. Г., Яркова О. Н., Ефремова Е. А.* Моделирование тарификационной системы ОСАГО // Наука и образование: фундаментальные основы, технологии, инновации. Сборник материалов: Международной научной конференции, посвященной 60-летию Оренбургского государственного университета. 2015. С. 212-217.
6. *Буреш О. В., Реннер А. Г., Яркова О. Н.* Математический риск-менеджмент в страховании : монография. Оренбург: ОГУ, 2012. 110 с.
7. *Яркова О. Н.* Алгоритм формирования динамического инвестиционного портфеля страховой компании с учетом перестрахования // Информационные технологии и нанотехнологии. Материалы Международной конференции и молодежной школы. ФГАОУ ВО «СГАУ имени академика С. П. Королева (Национальный исследовательский университет)». 2015. С.157-161.
8. *Abduramanov R., Kudryavtsev A.* The method of quantile regression, a new approach to actuarial mathematics // 11th International Congress "Insurance: Mathematics and Economics" Book of Abstracts. 2007. Vol. 10-12. P. 56-57.

О ЗАДАЧЕ ВЫБОРА В УСЛОВИЯХ НЕПОЛНОТЫ ИНФОРМАЦИИ

О. М. Степанова, М. Ф. Степанов

*ООО «Реестр-РН», Саратов, Россия
Саратовский государственный технический университет, Россия
E-mail: omstepanova2014@mail.ru, mfstepanov@mail.ru*

Рассматривается задача выбора в условиях неопределенности. Предложен способ уче-