

# ФИЛЬТР КАЛМАНА КАК АЛГОРИТМ ПАРНОГО ТРЕЙДИНГА НА РОССИЙСКОМ РЫНКЕ

Ю. П. Кириленко

*Саратовский национальный исследовательский  
государственный университет им. Н. Г. Чернышевского, Россия*  
E-mail: yuliakirilenko@zohomail.com

В работе рассматривается алгоритм парной торговли на российском фондовом рынке. Предложен новый вариант торговли, основанный на корреляции траектории цен акций, с использованием фильтра Калмана. Проанализированы 5 коррелированных пар акций крупнейших российских компаний, включенных в индекс Московской биржи. Найдены и отражены торговые сигналы и итоговый положительный финансовый результат при их соблюдении.

## THE KALMAN FILTER AS A PAIR TRADING ALGORITHM IN THE RUSSIAN MARKET

Yu. P. Kirilenko

The paper considers the algorithm of pair trading on the Russian stock market. A new variant of trading based on the correlation of the trajectory of stock prices using the Kalman filter is proposed. 5 correlated pairs of shares of the largest Russian companies included in the MOEX Russia Index were analyzed. Trading signals and the final positive financial result are found and reflected if they are observed.

**Введение.** Основой концепции парного трейдинга является торговля активами на расхождении между ними спреда цен. Использование парного трейдинга начинается с определения на основе исторических данных пар активов, между ценами которых присутствует сильная статистическая взаимосвязь. Для подбора таких пар можно использовать фильтр Калмана, который является наилучшей доступной оценкой минимизирующей среднеквадратичную ошибку прогноза оцениваемых переменных. Он также позволяет генерировать оценку стандартного отклонения ошибки прогноза наблюдаемой переменной.

*Целью работы является выявление торговых сигналов для парной торговли коррелированными активами с фильтрацией Калмана.*

1. **Фильтр Калмана.** Линейная функция, связывающая ценовой ряд  $y$  с коэффициентом хеджирования  $\beta$ , выглядит следующим образом:

$$y(t) = x(t) \beta(t) + \epsilon(t) \quad (\text{«уравнение измерения»}) \quad (1.1)$$

где  $x$  — ценовой ряд другого актива и гауссовский шум с дисперсией  $V$ . Делаем предположение, что коэффициент регрессии (скрытая переменная) в момент времени  $t$  такой же, как и в момент времени  $t-1$  плюс шум выглядит следующим образом:

$$\beta(t) = \beta(t-1) + \omega(t-1) \quad (\text{«переход состояний»}) \quad (1.2)$$

Обозначим ожидаемое значение  $\beta$  в момент  $t$  с учетом наблюдения в момент  $t-1$  через  $\hat{\beta}(t|t-1)$ , ожидаемое значение  $\beta$  с учетом наблюдения в мо-

мент  $t$  через  $\hat{\beta}(t|t)$ , а ожидаемое значение  $y(t)$  с учетом наблюдения  $t - 1$  через  $\hat{y}(t|t - 1)$ . Зная величины  $\hat{\beta}(t - 1|t - 1)$  и  $R(t - 1|t - 1)$  в момент времени  $t - 1$ , можно сделать одношаговые предсказания:

$$\hat{\beta}(t|t - 1) = \hat{\beta}(t - 1|t - 1) \quad (\text{«предсказание состояния»}) \quad (1.3)$$

$$R(t|t - 1) = R(t - 1|t - 1) + V_{\omega} \quad (\text{«прогноzir. ковариации состояний»}) \quad (1.4)$$

$$\hat{y}(t) = x(t)\hat{\beta}(t|t - 1) \quad (\text{«предсказание измерения»}) \quad (1.5)$$

$$Q(t) = x(t)'R(t|t - 1)x(t) + V_e \quad (\text{«прогноzir. дисперсии измерения»}) \quad (1.6)$$

где  $R(t|t - 1) = cov(\beta(t) - \hat{\beta}(t|t - 1))$ , измеряющая ковариацию ошибки оценок скрытых переменных. Аналогично,  $R(t|t) = cov(\beta(t) - \hat{\beta}(t|t))$ . Учитывая, что скрытая переменная состоит как из среднего значения спреда, так и из коэффициента хеджирования,  $R$  представляет собой матрицу  $2 \times 2$ .  $e(t) = y(t) - x(t)\hat{\beta}(t|t - 1)$ . - ошибка прогноза для  $y(t)$  с учетом наблюдения в момент  $t - 1$ , а  $Q(t) = var(e(t))$ , измеряя дисперсию ошибки прогноза.

После наблюдения за измерением в момент времени  $t$  обновление оценки состояния фильтра Калмана и уравнения обновления ковариации выглядят следующим образом:

$$\hat{\beta}(t|t) = \hat{\beta}(t|t - 1) + K(t) * e(t) \quad (\text{«обновление состояния»}) \quad (1.7)$$

$$R(t|t) = R(t|t - 1) - K(t) * x(t) * R(t|t - 1) \quad (\text{«обновление ковариации состояния»}) \quad (1.8)$$

где  $K(t)$  называется усилением Калмана и определяется как

$$K(t) = R(t|t - 1) * x(t)/Q(t) \quad (1.9)$$

Теперь реализуем уравнения фильтра Калмана с 1.1 по 1.9

**2. Анализ данных.** В качестве информационной базы мы использовали данные 40 компаний из индекса МосБиржи за период 03.01.2018 по 31.01.2022. На рис. 1 представлены 5 самых коррелированных пар.

Заметим пары с самым высоким коэффициентом корреляции - акции ПАО Сбер обыкновенные и привилегированные, акции золотодобывающих компаний Полиметалл и Полюс Золото, акции нефтедобывающих компаний Татнефть и Роснефть.

**3. Графическая интерпретация фильтра Калмана на акциях ПАО Сбер.**

##	left_side	right_side	correlation	beta	pvalue
## 1	SBERP.ME	SBER.ME	0.9626598	0.9746379	0.01000000
## 2	POLY.ME	PLZL.ME	0.9612598	0.7674896	0.01493383
## 3	TATN.ME	ROSN.ME	0.8920911	1.0934780	0.04219416
## 4	MVID.ME	GMKN.ME	0.7954534	0.6338786	0.01000000
## 5	NLMK.ME	MAGN.ME	0.7922587	1.3283984	0.02434556

Рис. 1. Выборка коррелированных активов

График на рис. 2 показывает движение во времени коэффициента хеджирования  $\beta_1$ , и на нижнем графике свободный член  $\beta_0$  в линейной модели 1.1.

Рис. 3 демонстрирует отклонение остатков от его прогнозируемого среднего значения, что служит сигналом на совершение сделок, когда данное отклонение выходит за границы доверительного интервала.

График торговых сигналов на рис. 4 показывает количество и направленность сделок. Результат нашей торговли и доходность наглядно отражены на рис. 5 и составляет порядка 20 000\$.

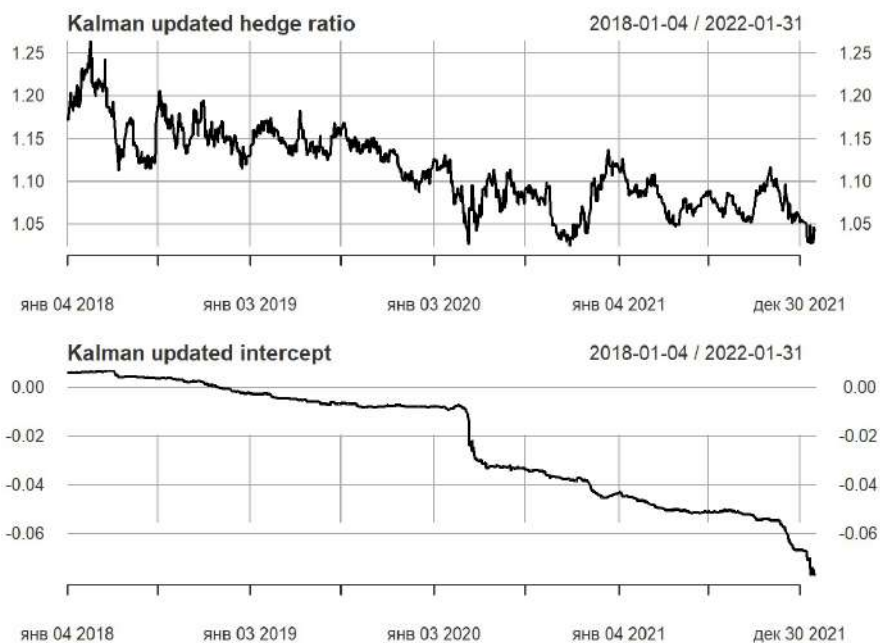


Рис. 2. График коэффициента хеджирования и свободного члена

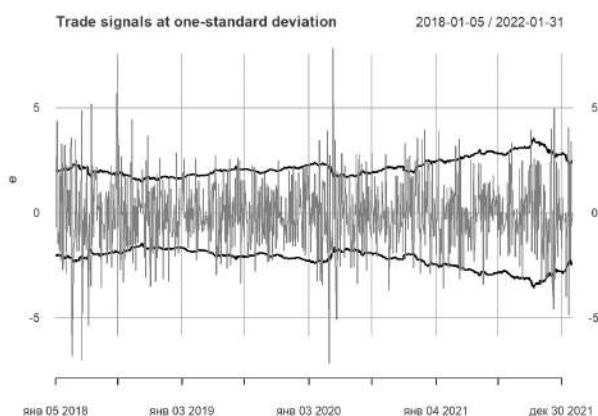


Рис. 3. График регрессионных остатков

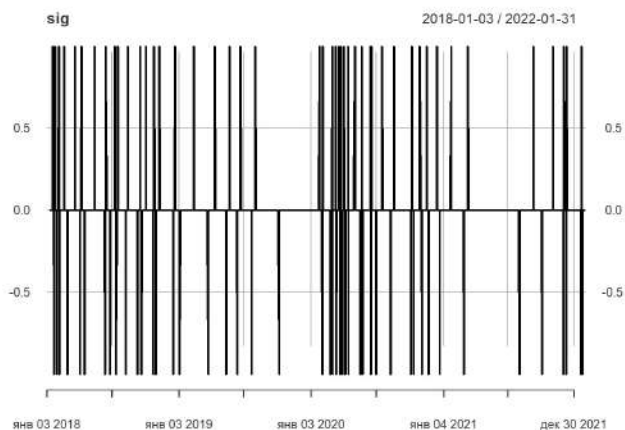


Рис. 4. График торговых сигналов



Рис. 5. График сделок и результата

**Заключение.** В статье рассмотрен алгоритм парной торговли на российском фондовом рынке с использованием фильтра Калмана. Предложенные торговые сигналы могут применяться для получения положительного финансового результата.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Chan Ernest P.* Algorithmic trading : winning strategies and their rationale // John Wiley & Sons. Inc., Hoboken. New Jersey. 2013. P. 76-77.
2. Официальный сайт Yahoo Finance [Электронный ресурс]. URL: <https://finance.yahoo.com/> (дата обращения: 22.10.2022).