

# **МЕТОД ПРИМЕНЕНИЯ ФРАКТАЛЬНОГО АНАЛИЗА В РАМКАХ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ФИНАНСОВЫХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ ПРИ ПОМОЩИ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ**

**Р. В. Гарафутдинов**

*Пермский государственный национальный исследовательский университет, Россия*  
E-mail: rvgarafutdinov@gmail.com

В работе проверяется гипотеза о том, что учет фрактальных свойств финансового временного ряда методом нейросетевого моделирования дробных разностей ряда с последующим восстановлением исходных уровней ряда по прогнозу позволяет повысить точность прогнозирования. Был проведен вычислительный эксперимент на реальных рыночных данных, получены следующие результаты. Усредненное в результате многократного моделирования значение метрики точности прогноза нейросети, обученной на разностях, оказалось ниже такового нейросети, обученной на исходных уровнях ряда. При этом разброс значений метрики второй нейросети оказался выше. Поэтому выдвинутая гипотеза о преимуществе предложенного метода прогнозирования не отвергается.

## **A METHOD OF APPLYING FRACTAL ANALYSIS WITHIN FINANCIAL TIME SERIES FORECASTING USING NEURAL NETWORKS**

**R. V. Garafutdinov**

The paper tests the hypothesis that taking into account the fractal properties of a financial time series using the neural network modeling of fractional differences of the series with subsequent restoration of the initial levels of the series according to the forecast allows for increasing the accuracy of forecasting. A computational experiment was conducted on real market data, and the following results were obtained. The average value of the forecast accuracy metric of the neural network trained on differences as a result of multiple modeling turned out to be lower than that of the neural network trained on the series raw values. At the same time, the metric values variance of the second neural network turned out to be higher. Therefore, the hypothesis put forward about the advantage of the proposed forecasting method is not rejected.

Существует множество методов прогнозирования финансовых временных рядов. Перспективный подход к решению задачи описания сложного поведения финансовых показателей был разработан на основе фрактальной теории. В работе [1] для прогнозирования динамики доходности курсов акций была использована эконометрическая модель с длинной памятью ARFIMA, эффективность которой по сравнению с моделью с короткой памятью ARIMA подтверждена, например, в работе [2]: ARFIMA позволила получить более низкую величину метрики MAPE. Также в рамках задачи прогнозирования рядов фрактальный анализ применяется совместно с нейронными сетями следующим образом: в качестве предиктора помимо самого ряда показателя используется ряд оценок его фрактальной размерности, сформированный методом скользящего окна. Такой подход был использован авторами работы [3] и показал свою перспективность, нейросетевое моделирование с учетом фрактальности ряда дало более низкую

ошибку прогноза.

Нами предложен несколько иной способ учета фрактальных свойств ряда нейросетевой прогнозной моделью, схожий с используемым в эконометрической модели ARFIMA. Известно, что ARFIMA – это модель стационарных рядов ARMA, построенная по ряду дробных разностей, каждый член которого учитывает длинную предысторию значений ряда [4]. Технически можно заменить ARMA на любую предсказывающую модель, в том числе и на нейронную сеть. Наиболее трудоемкой задачей при этом является восстановление исходных уровней ряда по прогнозным значениям дробных разностей, как это делает ARFIMA. В данной работе выдвинута гипотеза о том, что такой метод учета фрактальных свойств позволяет получать более высокую точность прогноза финансового временного ряда в сравнении с прогнозом аналогичной нейросетевой модели, обученной на исходных значениях ряда. Целью настоящего исследования является проверка этой гипотезы.

Опишем данные и методику исследования. Объектом прогнозирования был выбран американский биржевой индекс S&P 500. Были рассмотрены дневные доходности индекса за период с 02.01.2010 по 31.12.2019 гг., рассчитанные по формуле:  $r_t = \frac{p_t - p_{t-1}}{p_{t-1}}$ , где  $p_t$  – цена закрытия индекса в день  $t$ , всего 2515 наблюдений. График ряда доходностей приведен на рис.



График дневных доходностей индекса S&P 500

После процедуры дробного дифференцирования ряда доходностей  $\{r_t\}$ , выполненной с применением инструментария из программного модуля на языке Python [5], был получен ряд разностей  $\{d_t\}$ . В соответствии с рекомендациями в работе [4] параметр дробного дифференцирования оценивался методом ДФА, «длина» памяти составила 20. Данные были поделены на тестовую (последние 10 значений) и обучающую выборки. Нейросеть обучалась для прогнозирования на 10 шагов вперед с использованием данных предыдущих 256 наблюдений. Перед моделированием данные были преобразованы методом Yeo-Johnson и при-

ведены к виду, пригодному для подачи их на вход нейросетей. Всего было обучено две нейросети: для прогнозирования ряда разностей  $\{d_t\}$  и для прогнозирования ряда доходностей  $\{r_t\}$ . Каждая сеть состояла из входного слоя, двух LSTM-слоев по 128 и 64 нейрона соответственно и 10 выходов. При обучении использовался оптимизатор Adam, функция потерь – MSE, размер батча 32, количество эпох обучения 100. После получения прогноза к данным было применено обратное преобразование Yeo-Johnson, также для прогноза разностей было выполнено восстановление исходного ряда доходностей. Точность прогнозирования оценивалась по метрике MAE. По причине того, что веса нейронной сети инициализируются случайными значениями, что приводит к получению различных прогнозов при каждом запуске обучения сети, для обеспечения статистической значимости результатов было решено выполнить моделирование с помощью обеих сетей 100 раз подряд, полученные значения MAE усреднить.

В результате вычислительного эксперимента были получены следующие средние значения метрик (приведены 95% доверительные интервалы).

MAE нейросети, обученной на разностях:  $0,002455 \pm 0,000003$ .

MAE нейросети, обученной на доходностях:  $0,002479 \pm 0,000005$ .

Можно заметить, что величина ошибки прогноза второй нейросетевой модели, не учитывающей фрактальных свойств моделируемого ряда, оказалась выше на 0,000024, также разброс значений метрики во втором случае оказался несколько более высоким, о чем свидетельствует более широкий доверительный интервал.

Таким образом, можно сделать вывод, что гипотеза о том, что описанный метод применения фрактального анализа в рамках прогнозирования финансовых рядов с помощью нейросетей, позволяет повышать точность прогнозирования, как минимум не отвергается. Для более однозначных выводов необходимы дальнейшие исследования, предполагающие расширение информационной базы.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Симонов П. М., Гарафутдинов Р. В.* Моделирование и прогнозирование динамики курсов финансовых инструментов с применением эконометрических моделей и фрактального анализа // Вестник Пермского университета. Серия «Экономика» 2019. № 2 (14). С. 268-288.
2. *Балагула Ю. М.* Прогнозирование суточных цен на ОПЭМ РФ с помощью модели ARFIMA // Прикладная эконометрика. 2020. Т. 57. С. 89-101.
3. *Белолитцев И. И., Фархиева С. А.* Предсказание финансовых временных рядов на основе индекса фрактальности // Мир Науки. 2014. Вып. 3. С. 1-12 [Электронный ресурс]. URL: <http://mir-nauki.com/PDF/01EMN314.pdf> (дата обращения: 30.09.2024).
4. *Гарафутдинов Р. В.* Исследование влияния некоторых параметров модели ARFIMA на точность прогноза финансовых временных рядов // Прикладная эконометрика. 2021. Т. 62. С. 85-100.
5. *Гарафутдинов Р. В.* Программная реализация дробно-интегрированной модели авторегрессии – скользящего среднего ARFIMA. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2021616678. Федеральная служба по интеллектуальной собственности. 26.04.2021.