

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ГРАФОВ ДЛЯ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ И АНАЛИЗА ПЕРЕЛИВОВ ВОЛАТИЛЬНОСТИ

А. Р. Файзлиев, В. А. Балаш, Д. В. Мельничук

*Саратовский национальный исследовательский
государственный университет им. Н.Г. Чернышевского, Россия*
E-mail: faizlievar1983@mail.ru, vladimirbalash@yandex.ru, meldm@protonmail.com

В данной работе рассматриваются результаты исследования переливов волатильности между отраслевыми индексами Московской биржи за 2020 - 2024 годы. Основное внимание уделяется возможностям представления сети переливов в виде динамического графа. Рассматриваются возможности компактного визуального отображения динамики весов ребер, классов состояний, аномальных наблюдений в последовательности состояний динамического графа.

USING DYNAMIC GRAPHS TO REPRESENT AND ANALYZE VOLATILITY SPILLOVERS

A. R. Faizliev, V. A. Balash, D. V. Melnychuk

This paper examines the results of a study of volatility spillovers between Moscow Exchange industry indices for 2020-2024. The main focus is on the possibilities of representing the spillover network as a dynamic graph. The possibilities of compact visual display of the dynamics of edge weights, state classes, and anomalous observations in the sequence of states of a dynamic graph are considered.

Методы исследования переливов волатильности, основанные на обобщенном разложении дисперсии ошибок прогноза многомерных временных рядов, первоначально предложенные в работах [1, 2], являются в настоящее время популярным способом анализа сетей распространения рисков между различными классами активов. Данный подход предполагает на предварительном этапе анализа оценить параметры эконометрической модели многомерного временного ряда, а затем по результатам оценивания вычислить попарные и агрегированные индексы переливов волатильности. Мы в своем исследовании используем модель векторной авторегрессии с переменными во времени коэффициентами (TVP-VAR) [3, 4].

Обобщенное разложение дисперсии ошибок прогноза на H -шагов ($H = 1, 2, \dots, \infty$) вперед определяется как:

$$\theta_{ij}^g(H) = \frac{\sigma_{jj}^{-1} \sum_{h=0}^{H-1} (e_i' A_h \Sigma e_j)^2}{\sum_{h=0}^{H-1} (e_i' A_h \Sigma A_h' e_i)},$$

где Σ - матрица дисперсии для вектора ошибки ϵ , σ_{jj} - стандартное отклонение ошибки для j -го уравнения, а e_i - вектор, i -ый элемент которого равен единице, остальные нули. A^h - h -ая компонента представления векторным скользящим средним модели VAR(p).

Направленные индексы переливов волатильности определяются как:

$$CT_{ij} = \tilde{\theta}_{ij}^g(H) = \frac{\theta_{ij}^g(H)}{\sum_{j=1}^N \theta_{ij}^g(H)}.$$

Далее, на основании матрицы попарных переливов, могут быть найдены агрегированные меры входящих и исходящих переливов и интенсивности переливов в целом.

В нашем исследовании мы использовали дневные данные о значениях отраслевых индексов, рассчитываемых Московской фондовой биржей. Временные ряды котировок для всех индексов за периоды с 01.01.2020 по 28.06.2024 были загружены с <https://finam.ru>.

Список используемых индексов: MOEXCH, MOEXTN, MOEXEU, MOEXMM, MOEXCN, MOEXFN, MOEXTL, MOEXINN, MOEXOG.

Меры волатильности определялись с использованием самой высокой и самой низкой цен за торговый день. Пусть P_{it}^{max} представляет самую высокую цену, а P_{it}^{min} - самую низкую цену i -го актива в моменты времени $t=0,1,\dots,T$. Реализованная волатильность RV_{it} вычислялась как разница между логарифмами самого высокого и самого низкого значения индекса за сессию:

$$RV_{it} = \log(P_{it}^{max}) - \log(P_{it}^{min}), i = 1, \dots, N, t = 0, 1, \dots, T.$$

Для дальнейших расчетов мы использовали логарифмы реализованной волатильности:

$$x_{it} = \log(RV_{it}), i = 1, \dots, N, t = 0, 1, \dots, T.$$

Использование динамических моделей приводит к тому, что меры переливов волатильности рассчитываются для каждого периода времени. Представление матриц индексов попарных спилловер-эффектов в виде графа направленных взаимосвязей является стандартным инструментом визуализации сети переливов. Визуализация динамических графов является удобным способом представления изменяющихся взаимосвязей между финансовыми инструментами. Она позволяет идентифицировать тенденции, выбросы и изменяющуюся с течением времени структуру графов. Однако визуализация динамических графов остается сложной задачей, поскольку такие методы визуализации должны представлять большие объемы развивающихся многомерных данных в читаемой и масштабируемой форме. Библиотеки, предназначенные для анализа графов и сетевых структур, предоставляют широкие возможности для управления размещением вершин графа на плоскости или в трехмерном пространстве, задания цветовой палитры, размеров вершин и ребер графа. Это позволяет наглядно отобразить силу перетоков, получателей и источников переливов, центральные и периферийные узлы и т.п. Если же анализируется динамика сети переливов, то каждому временному периоду будет соответствовать своя матрица связей, число графов возрастает пропорционально длине временного ряда и результаты визуализации становятся плохо обозримыми. Поэтому были бы полезны инструменты, позволяющие выполнять предварительную обработку временной последовательности таких графов, выделять устойчивые и неустойчивые во времени взаимосвязи, части графа,

кластеры, аномалии и т.п.

Методы визуализации для динамических графов можно разделить на следующие основные категории: анимация и визуализация временной шкалы. Однако обе категории не масштабируются из-за большого числа временных шагов. Помимо этого предложено бесчисленное множество различных подходов к визуализации динамических графов. Так называемый подход с малыми множествами полезен, когда требуется отобразить изменение структуры графа с течением времени, но при этом не обязательно видеть детали отдельных узлов и связей. Подход со шкалой времени позволяет выбрать конкретное окно для просмотра графа, но не представляет все данные на одной странице.

Одним из методов отображения изменения сети может быть иллюстрация полностью отдельного графа для определенного периода времени. Из-за большого числа ребер часто удобно отображать неполный, т.е. прореженный граф. Алгоритм выбора наиболее значимых ребер может быть различным, но чаще всего оставляют ребра, веса которых превосходят некоторый порог θ . Толщина ребер может быть использована для отображения величины коэффициента перелива в отдельном периоде или среднего значения мер переливов за выбранный промежуток времени.

Граф усредненных мер перетоков волатильности (полный и прореженный) представлены на рис. 1.

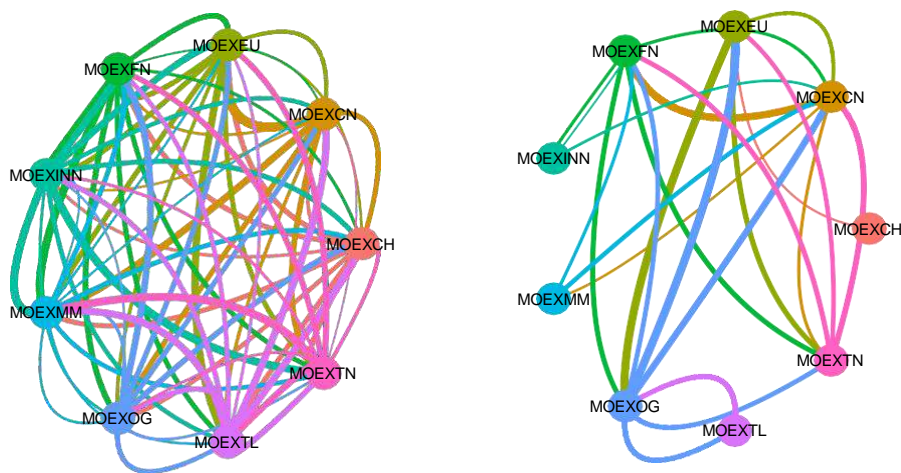


Рис. 1. Средние значения индексов связности (полный и прореженный граф)

Такой подход может вводить исследователя в заблуждение, т.к. даже если два последовательных состояния динамического графа довольно близки между собой, прореженные графы могут существенно различаться. Кроме того сложно сравнивать устойчивость сетей переливов во времени или различие сетей переливов в разные периоды.

Можно предложить способы визуального представления всей истории изменения коэффициентов переливов на едином рисунке, используя для отображения весов ребер графики соответствующих временных рядов. Такой подход позволяет отобразить на одной диаграмме изменение состояний

динамического графа за весь изучаемый период или выбранный промежуток времени. Управляя расположением, толщиной, цветом, символами и т.п. вершин и ребер можно наглядно представить множество различных аспектов изучаемого процесса. Так, можно отображать:

- полный и прореженный граф,
- классы состояний динамического графа,
- моменты структурных изменений (breakpoints).

Варианты отображения ребер:

- динамика весов ребер (исходных или нормированных),
- скользящие средние и т.п. для весов или атрибутов ребер,
- доверительные интервалы для сглаженных средних или прогнозных значений,
- классы состояний динамического графа,
- визуализация последовательности событий.

Продвинутое управление отображением ребер могут учитывать размер символа, соответствующий весу. Цвет символа может отображать шкалу времени, класс или состояние графа в заданный момент времени, а также резкие изменения весов во времени.

Важными задачами, возникающими при анализе динамики мер переливов между финансовыми активами являются обнаружение моментов аномалий в последовательности состояний, а также анализ устойчивости сети переливов во времени. Частным случаем данной проблемы является разбиение состояний динамического графа на кластеры и выделение периодов времени, когда сеть переливов находилась в одном из возможных классов состояний. Если в течении некоторого периода весовые матрицы ребер графа или обобщенные характеристики вершин графа достаточно схожи, то можно применить процедуру агрегирования и отобразить наиболее типичные состояния.

Используемый нами алгоритм кластеризации состоит из следующих шагов (см. алгоритм 1).

Представим динамический граф G - как серию из T дискретных состояний (снимков) (G_1, G_2, \dots, G_T) , где G_t представляет граф в момент времени t . Каждый G_t определяется как кортеж (V, E_t, W_t, X_t) , где V - фиксированный набор из n вершин, E_t - набор из m_t ненаправленных ребер, $W_t: E_t \rightarrow R$ - функция, отображающая ребра в E_t в положительные действительные числа (веса ребер), а $X: V \rightarrow R^d$ - матрица, предоставляющая d признаков для каждого узла в V .

Алгоритм 1 Псевдокод для процедуры кластеризации с динамическим дополнением

Вход: u^m : снимки;

К: Количество кластеров; соседи, минимальное расстояние: параметры разрежения;

Выход: c_{kl} : центроиды; геометрические свойства;

1: развертывание

2: применить алгоритм для сокращения размерности (встраивание) и обновить u^m

3: применить алгоритмы классификации (hclust, mclust, hdbscan) с K кластерами к u^m

4: для $k = 1, \dots, K$ делать

- 5: вычислить и сохранить центроиды c_k
- 6: вычислить геометрические свойства
- 7: конец для
- 8: для $k = 1, \dots, K$ делать
- 9: применить алгоритм `cuttree` с k кластерами напрямую к c_k
- 10: обновить параметры разрежения и центроиды c_k .
- 11: конец для

Одним из подходов в исследовании динамического графа является сворачивание его в статический граф путем агрегирования матриц смежности с течением времени. Например, простым подходом агрегирования может быть усреднение значений элементов матриц. В качестве альтернативы взятия равномерного среднего значения матриц смежности является присвоение большего веса более поздним периодам. А уже после создания такого агрегированного статического графа можно использовать процедуру эмбендинга.

Подходы, основанные на агрегировании временных наблюдений, обладают рядом преимуществ, такие как простота, масштабируемость и широкий выбор методов анализа статических графов. Однако, таким подходам агрегирования свойственно терять большие объемы важной информации.

Альтернативным подходом к исследованию динамического графа может быть применение статического кодировщика (эмбендинга) к каждому снимку, а уже затем агрегирование результатов с течением времени. Основная идея такого подхода заключается в изучении признаков узлов графа в каждый момент времени. Далее эти признаки агрегируются в один вектор признаков, который можно подать для процедуры эмбендинга. Также многие авторы рассматривали возможность подбора модели временного ряда к признакам для дальнейшего прогнозирования их значений.

Представим далее результаты кластеризации состояний динамического графа (рис. 2). На левой части графика отображены значения обобщенного коэффициента связности (ТСИ), на правой части графика значения направленных мер перетоков волатильности для ребер динамического графа с наибольшим средним значением мер переливов. Применение описанного выше алгоритма позволило выделить 7 кластеров. Цветами помечены выделенные кластеры, толщина линий тем больше, чем выше значения коэффициента.

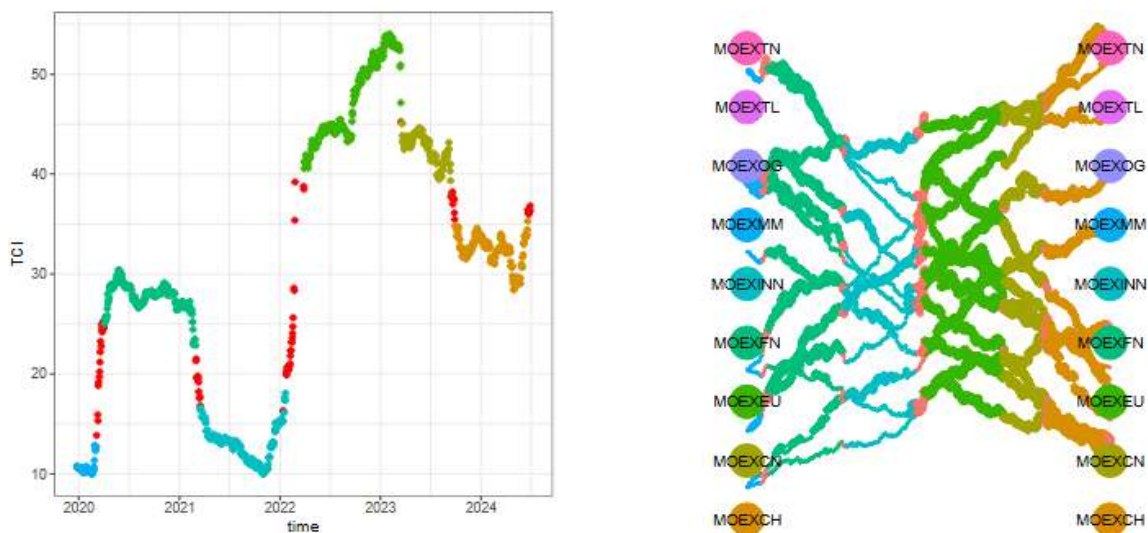


Рис. 2. Результаты кластеризации состояний динамического графа

Необходимо отметить, что выделенные кластеры оказались компактными во времени, хотя алгоритм кластеризации не учитывал упорядоченность наблюдений. Внутри кластеров состояния достаточно схожи между собой. Переходным процессом соответствует отдельный кластер, точки на графике помечены красным цветом. Периоды, когда состояния графа менялись наиболее сильно соответствуют началу эпидемии COVID-19, острой фазе российско-украинского конфликта, объявлением о введении тех или иных санкционных ограничений.

Заключение

В этой статье мы описали многомасштабную динамическую визуализацию графа на основе подробной визуализаций узлов-связей. Основное внимание уделялось обнаружению классов (кластеров) состояний динамического графа, применительно к исследованию переливов волатильности между отраслевыми индексами Московской биржи. Предложенный метод может быть применен для визуализации изменения состояний динамических графов произвольной природы.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 23-21-00305).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Diebold F. X., Yilmaz K.* Measuring Financial Asset Return and Volatility Spillovers, with Application to Global Equity Markets // *The Economic Journal*. 2009. Vol. 119. Is. 534. p. 158-171. [Electronic resource]. URL: <https://doi.org/https://doi.org/10.1111/j.1468-0297.2008.02208.x> (access date: 28.10.2024).
2. *Diebold F. X., Yilmaz K.* Better to give than to receive: Predictive directional measurement of volatility spillovers // *International Journal of Forecasting*. 2012. Vol. 28. p. 57-66. [Electronic resource]. URL: <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.ijforecast.2011.02.006.x> (access date: 25.10.2024).
3. *Antonakakis N., Gabauer D., Gupta R., Plakandaras V.* Dynamic connectedness of uncertainty across developed economies: A time-varying approach // *Economics Letters* 2018. Vol. 166.

p. 63-75.

4. *Gabauer D., Gupta R.* On the transmission mechanism of country-specific and international economic uncertainty spillovers: Evidence from a TVP-VAR connectedness decomposition approach // *Economics Letters*. 2018. Vol. 171. p. 63-71.