

МОДЕЛИРОВАНИЕ ФУНКЦИЙ ИНВЕСТИЦИЙ И СБЕРЕЖЕНИЙ В ОДНОЙ МОДЕЛИ ДЕЛОВОГО ЦИКЛА

Ю. И. Хритина, Е. Ю. Лискина

Рязанский государственный университет имени С.А. Есенина, Россия

E-mail: xrljulechka99@mail.ru, katelis@yandex.ru

В работе рассматривается модель делового цикла, предложенной В. Чангом и Д. Смитом. Исследуется вид функций инвестиций и сбережений от дохода и капитала. На примере статистических данных по регионам Центрального федерального округа выполнена спецификация вида функций и их идентификация. На основании статистического анализа выбраны наилучшие и наиболее часто встречающиеся функции. Показано, что мультипликативные функции не подходят к использованию в модели, так как не обеспечивают существования ненулевого состояния равновесия. Предложен набор аддитивных функций инвестиций и сбережений, при которых система дифференциальных уравнений имеет ненулевое состояние равновесия.

MODELING INVESTMENT AND SAVINGS FUNCTIONS IN A ONE BUSINESS CYCLE MODEL

J. I. Khritina, E. Yu. Liskina

The paper considers the business cycle model proposed by W. W. Chang and D. J. Smith. The type of investment and savings functions from income and capital is investigated. Using the example of statistical data on the regions of the Central Federal District, the specification of the type of functions and their identification is performed. Based on statistical analysis, the best and most common functions are selected. It is shown that multiplicative functions are not suitable for use in the model, since they do not ensure the existence of a non-zero equilibrium point. A set of additive investment and savings functions is proposed, in which the system of differential equations has a non-zero equilibrium point.

В работе [1] предложена динамическая модель делового цикла в виде системы дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{Y} = \alpha(I(Y, K) - S(Y, K)), \\ \dot{K} = I(Y, K), \end{cases} \quad (1)$$

в которой Y – доход, K – капитал, I – инвестиции, S – сбережения, $\alpha > 0$ – коэффициент адаптации (скорость, с которой доход реагирует на изменение соотношения между инвестициями и сбережениями). Функции $I(Y, K)$ и $S(Y, K)$

являются нелинейными и должны удовлетворять условиям $\frac{\partial I}{\partial K} \cdot \frac{\partial S}{\partial Y} < \frac{\partial I}{\partial Y} \cdot \frac{\partial S}{\partial K}$

(условие единственности состояния равновесия у системы (1)) и $\frac{\partial I}{\partial Y} < \frac{\partial S}{\partial Y}$ (усло-

вие Н. Калдора о сохранении цикла при нормальном уровне дохода [2]). Другие спецификации для функций $I(Y, K)$ и $S(Y, K)$ отсутствуют.

Возникает задача подобрать экономические показатели, собрать статистические данные и идентифицировать функции $I(Y, K)$ и $S(Y, K)$ на основе собранных данных.

В данной модели рассматриваются следующие экономические показатели:

- в качестве капитала K в данной работе используется стоимость основных фондов,
- в качестве дохода Y – величина валового регионального продукта,
- в качестве инвестиций I – одноименный показатель,
- в качестве сбережений S примем разность между располагаемым доходом домохозяйств и расходами домохозяйств на потребление.

По перечисленным показателям были собраны статистические данные на примере регионов Центрального федерального округа [3] за период с 2000 по 2021 год. Вычисления проводились с использованием табличного процессора MS Excel на уровне значимости 0,05. При спецификации регрессионных уравнений $I = I(Y, K)$ и $S = S(Y, K)$ были предложены как аддитивные, так и мультипликативные зависимости (см. табл.).

Регрессионные уравнения для инвестиций и сбережений

№ п/п	$I = I(Y, K)$	№ п/п	$S = S(Y, K)$
1.	$I = A_1Y + B_1K + C_1$	1.	$S = A_2Y + B_2K + C_2$
2.	$I = A_1Y + B_1K$	2.	$S = A_2Y + B_2K$
3.	$I = Y^{A_1} K^{B_1} e^{C_1}$	3.	$S = Y^{A_2} K^{B_2} e^{C_2}$
4.	$I = Y^{A_1} K^{B_1}$	4.	$S = Y^{A_2} K^{B_2}$
5.	$I = A_1 \ln Y + B_1K + C_1$	5.	$S = A_2 \ln Y + B_2K + C_2$
6.	$I = A_1 \ln Y + B_1K$	6.	$S = A_2 \ln Y + B_2K$
7.	$I = A_1Y + B_1 \ln K + C_1$	7.	$S = A_2Y + B_2 \ln K + C_2$
8.	$I = A_1Y + B_1 \ln K$	8.	$S = A_2Y + B_2 \ln K$
9.	$I = A_1 \ln Y + B_1 \ln K + C_1$	9.	$S = A_2 \ln Y + B_2 \ln K + C_2$
10.	$I = A_1 \ln Y + B_1 \ln K$	10.	$S = A_2 \ln Y + B_2 \ln K$
11.	$I = Y^{A_1} e^{B_1K + C_1}$	11.	$S = Y^{A_2} e^{B_2K + C_2}$
12.	$I = Y^{A_1} e^{B_1K}$	12.	$S = Y^{A_2} e^{B_2K}$
13.	$I = e^{A_1Y + C_1} K^{B_1}$	13.	$S = e^{A_2Y + C_2} K^{B_2}$
14.	$I = e^{A_1Y} K^{B_1}$	14.	$S = e^{A_2Y} K^{B_2}$
15.	$I = e^{A_1Y + B_1K + C_1}$	15.	$S = e^{A_2Y + B_2K + C_2}$
16.	$I = e^{A_1Y + B_1K}$	16.	$S = e^{A_2Y + B_2K}$

Идентификация зависимостей проводилась методом регрессионного анализа по данным для каждого региона ЦФО, нелинейные уравнения предварительно линеаризовались, а затем выполнялось обратное преобразование. Статистический анализ качества построенных уравнений показал, что для инвестиций чаще всего наилучшим (9 раз из 18) было уравнение

$$I = Y^{A_1} e^{B_1 K + C_1}, \quad (2)$$

а для сбережений (12 раз из 18). – уравнение

$$S = e^{A_2 Y + B_2 K + C_2}. \quad (3)$$

При этом функции (2) и (3) всегда строго положительны, в силу чего система (1) не будет иметь иных состояний равновесия, кроме нулевого. Поэтому в данной модификации модели делового цикла для существования ненулевого равновесия целесообразно выбрать зависимости инвестиций и сбережений от дохода и капитала в виде аддитивных функций. Заметим, что если функция $I = I(Y, K)$ является аддитивной, а $S = S(Y, K)$ – нет, то система (1) также будет иметь только нулевое состояние равновесия.

Непосредственной проверкой легко убедиться, что для комбинаций аддитивных функций $I = I(Y, K)$ и $S = S(Y, K)$ из таблицы, одна из которых обязательно должна быть нелинейной, можно подобрать коэффициенты таким образом, чтобы система (1) имела ненулевое состояние равновесия, для которого следует установить существование предельного цикла.

Дальнейшее исследование предполагается посвятить поиску комбинации функций, при которых в системе (1) существует предельный цикл.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Chang W. W., Smyth D. J.* The Existence and Persistence of Cycles in a Non-linear Model: Kaldor's 1940 Model Re-examined // *The Review of Economic Studies*. 1971. Vol. 38. No. 1. Pp. 37-44.
2. *Kaldor N.* A Model of the Trade Cycle // *The Economic Journal*. 1940. Vol. 50. No. 197. Pp. 78-92.
3. Регионы России. Социально-экономические показатели: статистический сборник. 2010–2023 гг. // Федеральная служба государственной статистики. [Электронный ресурс]. URL: <https://rosstat.gov.ru/folder/210/document/13204> (дата обращения: 04.05.2024).