МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРАНСПОРТНОГО ПОТОКА СЕТЬЮ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

И. А. Люкшин, Э. Э. Чувашов

Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского, Россия
E-mail: Ruoska64@gmail.com, edunchik555@mail.ru

Была составлена модель транспортного потока на определенном участке дороги в дорожной сети, а также модель дорожной сети, как комбинации участков дорог. В качестве математической модели дорожной сети использована сеть Джексона. В зависимости от нагрузки, определены два варианта функционирования дорожной сети. Проведено исследование характеристик модели дорожной сети при двух наборах параметров.

MODELING OF THE TRAFFIC FLOW BY A QUEUING NETWORK

I. A. Lyukshin, E. E. Chuvashov

A model of traffic flow on a specific section of a road network, as well as a model of the road network as a combination of road sections, was developed. The Jackson network was used as the mathematical model for the road network. Depending on the load, two modes of operation for the road network were defined. A study of the road network model's characteristics was conducted for two sets of parameters.

Сети массового обслуживания широко применяются в качестве математических моделей систем с сетевой структурой, к которым относится транспортная система. Моделирование транспортных потоков является очень важным направлением. Составленная модель может помочь изучить взаимодействие различных факторов, влияющих на пропускную способность и эффективность транспортной системы.

Процесс поступления и перемещения автомобилей по дороге будем описывать в терминах системы массового обслуживания.

Будем считать, что автомобили, попадающие на участок дороги, образуют простейший (пуассоновский) поток с интенсивностью λ. Интенсивность потока будет задаваться средним числом автомобилей, попадающих на автомобильный участок дороги за час времени.

Длительности пребывания автомобилей на дороге будем считать экспоненциально распределенными случайными величинами с параметром μ. Обозначим $\nu = 1/\mu$.

Обслуживание на участке дороги будет производиться по дисциплине обслуживания FCFS. Будем считать, что при попадании на участок дороги, автомобиль, проезжая участок дороги от начала до конца, сам себя обслуживает. Тогда, число приборов в системе можно определить числом автомобилей, которое способно одновременно уместиться на участке дороги при соблюдении безопасной дистанции.

В системе размер очереди будет не ограничен. Это обусловлено тем, что прибывающие автомобили не имеют альтернативного пути, а значит, не имеют возможности покинуть дорогу, не проехав её.

Таким образом, согласно символике Кендалла, участок дороги будет моделироваться системой массового обслуживания типа $M/M/\kappa$ [1].

Основными параметрами системы $M/M/\kappa$ являются λ, μ и κ. То есть, задача состоит в том, чтобы из параметров участка дороги получить параметры системы массового обслуживания μ и κ. Интенсивность поступающего потока автомобилей на участок дороги λ будем считать заранее известной.

Введем следующие обозначения для параметров участка дороги:

- Len – протяженность участка дороги в метрах;
- l – средняя длина автомобиля в транспортном потоке;
- υ – скорость транспортного потока на участке дороги;
- n – число полос на участке дороги;
- $S = \upsilon t$ – безопасная дистанция между последовательно движущимися автомобилями в транспортном потоке, где t является константой времени, необходимой для определения безопасной дистанции. За стандарт принято считать t = 2 секунды.

Для расчета длительности обслуживания получим формулу:

$$\bar{\nu} = \frac{Len + l}{\upsilon}, \qquad (1),$$

что физически означает время, за которое транспорт проезжает весь участок дороги и свою длину.

Тогда, для μ получим

$$\mu = \frac{1}{\bar{\nu}} = \frac{\upsilon}{Len + l}. \qquad (2)$$

Для κ получим следующее выражение:

$$\kappa = n\left[\frac{Len}{S + l}\right]. \qquad (3)$$

Квадратные скобки в формуле (3) означают, что от результата вычисления выражения в них берется только целая часть.

Визуальное представление модели участка дороги изображено на рис. 1.

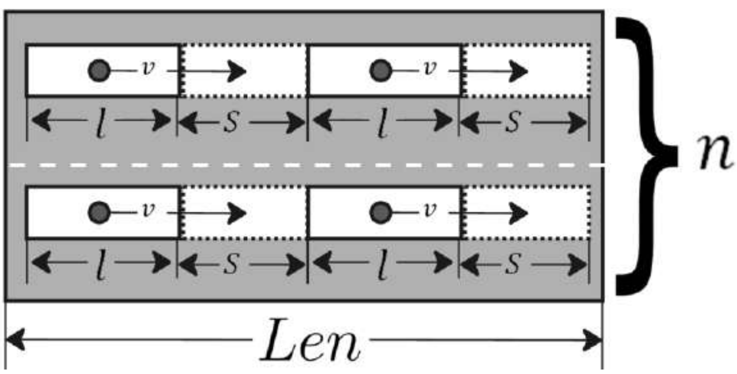

Рис. 1. Визуальное представление модели участка дороги

Для участка дороги также определим два возможных варианта функционирования:

•стандартный режим работы при заданных параметрах. Участок работает в стандартном режиме, если его коэффициент использования $\psi \leq 0{,}75$.

•режим высокой нагрузки или пробки. Включается при $\psi > 0{,}75$. В ре жиме высокой нагрузки у моделируемого участка дороги искусственно изменяются параметры. Скорость транспортного потока υ снижается до 10 км/ч и константа времени t уменьшается с 2 до 1.5 секунд.

Маршрутная матрица Θ определяет топологию сети, а её элементы $\theta_{ij}, i, j = 1,\ldots,L$, – вероятность выбора следующего участка дороги с номером j, когда автомобиль покидает участок дороги i. Здесь L – общее число участков дорог в дорожной сети. Элементы $\theta_{0j}, j = 1,\ldots,L$, отвечают за распределение входящего потока автомобилей по участкам дорог, а также определяет, на какие участки дорог автомобили могут попадать из источника. Элементы $\theta_{i0}, i = 1,\ldots,L$, отвечают за то, с каких участков дорог автомобили могут покидать дорожную сеть, возвращаться обратно в источник.

Визуальное представление модели дорожной сети изображено на рис. 2.

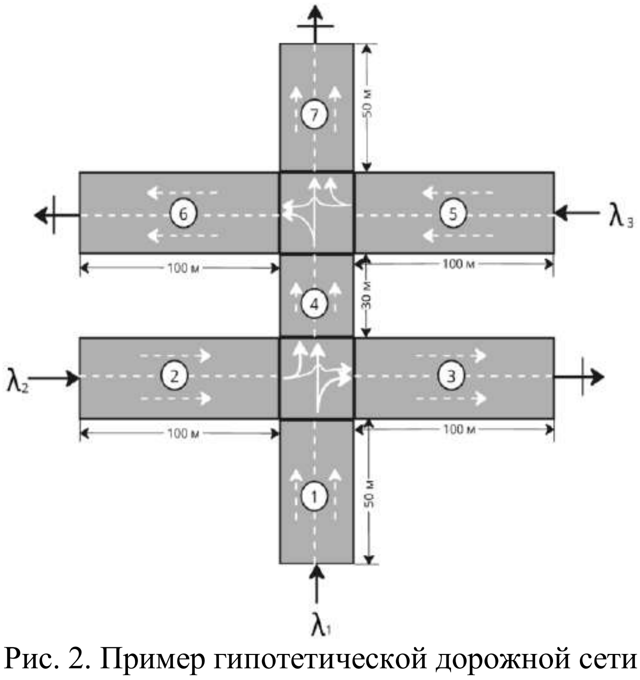

Рис. 2. Пример гипотетической дорожной сети

Полученная дорожная сеть состоит из систем типа $M/M/\kappa$ и удовлетворяет условиям теоремы Джексона. Для сетей данного типа существует алгоритм анализа и подсчета стационарных характеристик [2]. В частности, наибольший интерес представляют характеристики:

- $\overline{n}_i$ – математическое ожидание числа автомобилей на участке дороги с номером i;
- $\overline{u}_i$ – математическое ожидание числа времени, проведенного автомобилем на участке дороги с номером i;

- $\bar{\tau}$ – математическое ожидание числа времени, проведенного в дорожной сети.

Укажем параметры дорожной сети, изображенной на рис. 2. Маршрутная матрица без строки и столбца для источника

$$\Theta = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0{,}3 & 0{,}7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}5 & 0{,}5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}3 & 0{,}7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}5 & 0{,}5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Остальные параметры:

- λ = (1000, 1000, 0, 0, 1000, 0, 0);
- υ = (40, 60, 60, 40, 60, 60, 0);
- n = (2, 2, 2, 2, 2, 2, 2);
- Len = (50, 100, 100, 30, 100, 100, 50).

Результаты вычислений для данного примера указаны в табл. 1.

Таблица 1

Результаты вычислений для примера дорожной сети

хар-ка \ i	1	2	3	4	5	6	7
ψ_i	0.67	0.43	0.35	0.51	0.43	0.37	0.9
λ_i	1000	1000	800	1200	1000	860	1340
$\bar{n}_i$	2.48	1.82	1.42	1.38	1.82	1.53	7.35
$\bar{u}_i$	8.93	6.56	6.38	4.14	6.56	6.42	19.75
$\bar{\tau}$	21.4						

По результатам вычислений можно заметить, что участок дороги с номером 7 сильно нагружен. Об этом говорит коэффициент использования $\psi_7 = 0{,}9 > 0{,}75$. Самый эффективный способ увеличить пропускную способность участка дороги – увеличить число полос для движения.

Добавим на 7-й участок дороги одну полосу. В таком случае n = (2, 2, 2, 2, 2, 2, 3). Результаты вычислений для новой конфигурации дорожной сети указаны в табл. 2.

Таблица 2

Результаты вычислений после добавления полосы

хар-ка \ i	1	2	3	4	5	6	7
ψ_i	0.67	0.43	0.35	0.51	0.43	0.37	0.6
λ_i	1000	1000	800	1200	1000	860	1340
$\overline{n}_i$	2.48	1.82	1.42	1.38	1.82	1.53	2.35
$\overline{u}_i$	8.93	6.56	6.38	4.14	6.56	6.42	6.32
$\overline{\tau}$	15.4						

По результатам вычислений видно, что добавление дополнительной полосы на участок дороги с номером 7 значительно изменило стационарные характеристики на этом участке дороги. Ожидаемое число машин и ожидание проведенного на нем времени снизились почти в несколько раз.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Климов Г. П.* Теория массового обслуживания : М.: Изд-во Московского университета, 2011. 312 с.

2. *Митрофанов Ю. И.* Анализ сетей массового обслуживания : Учеб. пособие. Саратов : Изд-во «Научная книга», 2005. 175 с.